



Thème « La Terre, un astre singulier »

Partie I « La rotondité de la Terre »

Les compétences à acquérir

Je dois savoir faire :

- Calculer la longueur du méridien terrestre par la méthode d'Ératosthène.
- Calculer une longueur par la méthode de triangulation utilisée par Delambre et Méchain.
- Calculer le rayon de la Terre à partir de la longueur du méridien.
- Calculer la longueur d'un arc de méridien et d'un arc de parallèle.
- Comparer, à l'aide d'un système d'information géographique, les longueurs de différents chemins reliant deux points à la surface de la Terre

**I- La terre est-elle plate ou ronde ?****1- Une réponse basée sur une démarche scientifique !**

Après avoir visionné la vidéo, répondre au QCM n°1

Définir le plus précisément la « démarche scientifique ? »

La démarche scientifique consiste

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

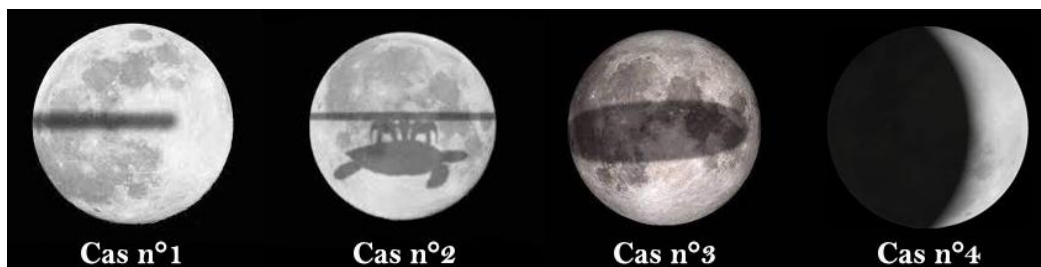
.....

.....

.....

2- Invalidons l'hypothèse que la terre serait plate :

Quelles sont les conclusions suite à l'observation d'une éclipse de lune ?



.....

.....

.....

.....

En résumé, nous savons aujourd'hui, que la terre

- la terre tourne autour du en une période de révolution $T_{T/S} = \dots\dots\dots$
 - la terre tourne en une période de révolution $T_T = 86164 \text{ s}$
 - la lune tourne autour en une période de révolution $T_{L/T} = \dots\dots\dots$
 - la lune tourne sur elle-même en une période de révolution $T_L = \dots\dots\dots$
- Ce qui explique pourquoi nous voyons, de la terre toujours la



Photo de Thomas Pesquet de la terre prise à bord de la station spatiale internationale (ISS)

Au fait, le soleil tourne-t-il sur lui-même ?

.....

II- Etude et mesures de la rotondité de la Terre :

1- Calcul du rayon de la terre par la méthode d'Ératosthène :

Document 1 : Un peu d'histoire... qui était Eratosthène... qu'elle fut sa méthode

Eratosthène est né aux environs de 276 av JC à Syène, ville située maintenant en Libye. Il séjourne ensuite à Athènes, jusqu'à l'âge de 40 ans, où il acquiert une solide réputation. Au cours du III^{ème} siècle avant JC, Alexandrie est devenue la plus grande cité du monde. Ainsi, Ptolémée fonde à Alexandrie une bibliothèque qui deviendra la plus importante de l'antiquité. Eratosthène est appelé par Ptolémée III pour devenir le 3^{ème} bibliothécaire d'Alexandrie. Ceci fit d'Eratosthène l'un des plus multidisciplinaires des savants.

Ératosthène déduisit la circonférence de la Terre (ou méridien terrestre) d'une manière purement géométrique. Il compara l'observation qu'il fit sur l'ombre de deux objets (des gnomons) situés en deux lieux, Syène (aujourd'hui Assouan) et Alexandrie, considérés comme étant sur le même méridien, le 21 juin (solstice d'été) au midi solaire local. Or, dans une précédente observation, Ératosthène avait remarqué qu'il n'y avait aucune ombre, à cette heure dans un puits à Syène à cette époque. Ainsi, à ce moment précis, le Soleil était à la verticale et sa lumière éclairait directement le fond du puits. Ératosthène remarqua cependant que le même jour à la même heure, un gnomon situé à Alexandrie formait une ombre ; le Soleil n'était donc plus à la verticale. Ératosthène considérait comme parallèles les rayons lumineux du Soleil en tout point de la terre. En comparant l'ombre et la hauteur du gnomon, Ératosthène déduisit que l'angle entre les rayons solaires et la verticale était de $1/50$ d'angle plein, soit $7,2$ degrés ($360^\circ/50$). Ératosthène évalua ensuite la distance entre Syène et Alexandrie à environ 5 000 stades (1 stade \approx 160 m).

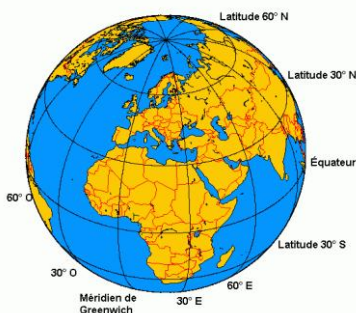
d'après : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Ératosthène>

Document 2 : Carl Sagan explique avec une vidéo la méthode d'Ératosthène



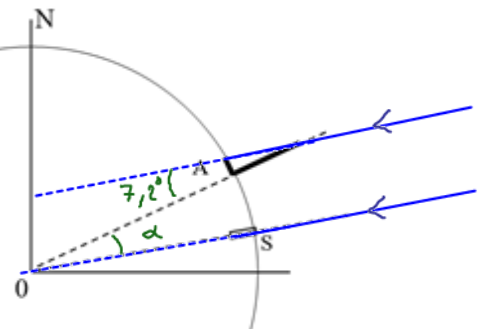
Document 3 : Un méridien

Un méridien est un cercle imaginaire passant par les deux pôles terrestres.



Document 4 : 21 juin à Syène

A : Alexandrie
S : Syène



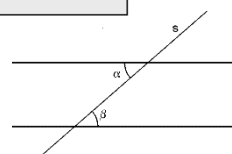
Document 4 : rappels de mathématiques

Dans un triangle rectangle :

$$\begin{aligned}\cos \hat{A} &= \frac{\text{« côté adjacent »}}{\text{« hypoténuse »}} = \frac{AC}{AB} \\ \sin \hat{A} &= \frac{\text{« côté opposé »}}{\text{« hypoténuse »}} = \frac{BC}{AB} \\ \tan \hat{A} &= \frac{\text{« côté opposé »}}{\text{« côté adjacent »}} = \frac{BC}{AC}\end{aligned}$$

Angles alternes internes : dans le cas de la figure ci-contre :

$$\alpha = \beta$$



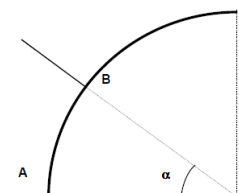
Dans un cercle : les longueurs des arcs sont proportionnelles aux angles au centre

Tableau de proportionnalité :

Angle au centre	Longueur de l'arc
α	AB
360°	Circonférence : $2\pi \times R_{\text{sphère}}$

% d'erreur relative :

$$\% \text{ d'erreur relative} = \frac{|\text{Valeur théorique} - \text{Valeur mesurée}|}{\text{Valeur théorique}} \times 100$$



Travail à effectuer :

1. Dans la méthode d'Ératosthène ou la vidéo de Carl Sagan, quel est l'observation qui valide le fait que la terre soit de forme sphérique ? Justifier

l'ombre n'est pas la même en 2 endroits à la même heure.

2. Quelles sont les 3 hypothèses prises par Eratosthène qui sont indiquées dans le document 1 ?

- *des rayons issus du soleil arrivent parallèles entre eux sur terre.*
- *des 2 villes sont sur 1 même méridien*
- *la distance Alexandrie - Syène est connue*

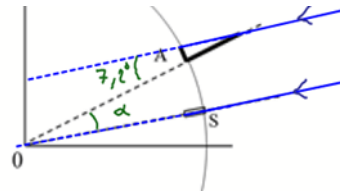
3. Compléter le schéma de la Terre sur le doc 4 en représentant les rayons du soleil puis l'angle α mesuré par Eratosthène.

4. Faire la construction géométrique permettant, en utilisant les angles alternes - internes, de déduire l'angle \widehat{AOS} .

$$\widehat{AOS} = \alpha = 7,2^\circ$$

5. Calculer la distance entre les deux villes.

$$\begin{aligned} d_{AS} &= 5000 \text{ stades} \\ &= 5000 \times 160 \\ &= 8,0 \cdot 10^5 \text{ m} = 800 \text{ km} \end{aligned}$$



6. En déduire la longueur du méridien terrestre L_M (circonférence) et le rayon de la Terre R_T .

$$\begin{cases} 360^\circ \leftrightarrow L_M \\ \alpha \leftrightarrow 800 \end{cases} \Rightarrow L_M = \frac{360^\circ \times 800}{\alpha} = \frac{360 \times 800}{7,2} = 40000 \text{ km}$$

7. La longueur du méridien est estimée aujourd'hui à **40 030** km et le rayon de la Terre à **6 371** km. Calculer l'erreur relative commise par la méthode d'Eratosthène pour la mesure de la longueur du méridien ou du rayon de la Terre.

$$\%E = \frac{|L'_M - L_M|}{L'_M} \times 100 = \frac{|40030 - 40000|}{40030} \times 100 = 0,07\%$$

8. Trouver 2 causes d'erreurs possibles faussant la mesure d'Eratosthène.

Très grande précision

Bilan :

Plusieurs observations confirment la **rotondité de la Terre**, confirmant ainsi les hypothèses émises par des savants dès l'Antiquité.

Un **méridien** est un cercle imaginaire tracé sur le globe terrestre reliant les pôles géographiques. Tous les points de la Terre situés sur un même méridien ont la même **longitude**.

Grâce à une méthode géométrique, on peut estimer le **rayon de la Terre** qui est **$R_T = 6.371$ km**.

La **longueur d'un méridien terrestre** est d'environ **40.000 km**.

Pour les curieux : un film intitulé
« Galilée ou l'Amour de Dieu »

2- La folle histoire du mètre :

Suite à la Révolution française, il s'est imposé une autre révolution : la **révolution métrique**. En effet, chaque pays, chaque région de France, possédait jusqu'alors ses propres unités de mesure, rendant les échanges commerciaux compliqués.

Quelle est la définition historique du mètre ? En quoi consiste la méthode de triangulation utilisée par Delambre et Méchain ?

Document 1 :

Première définition du mètre.



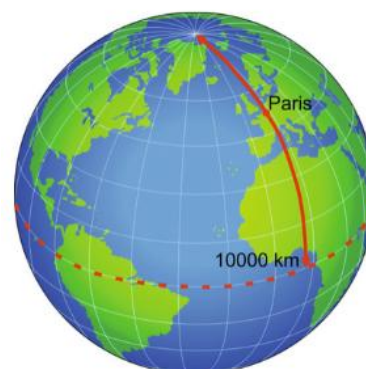
Film « Un mètre, la mesure du monde »



Pierre Méchain Jean Baptiste Delambre.

En 1790, l'Assemblée nationale française décide d'établir un système de mesure unique. Il faut une mesure « pour tous les temps et pour tous les peuples ». De nombreux savants sont associés à ce projet. La Terre est alors choisie **comme référence et le mètre défini comme la dix millionième partie du quart du méridien terrestre**. Mais il faut en faire la mesure puisque précisément le mètre n'existe pas encore ! C'est à Pierre Méchain (1744-1804) et Jean-Baptiste Delambre (1749-1822), astronomes et mathématiciens, qu'est confiée la mission d'effectuer des premières mesures qui débutent en 1792.

Document n°2 La moitié Nord du méridien de Paris



Document 3 : Histoire des sciences.

La mesure de l'arc de méridien Dunkerque-Barcelone, nécessaire à la fixation du mètre étalon, se déroule en pleine Terreur... Un exploit digne d'admiration...

C'est seulement au cours de l'été 1792 que Jean-Baptiste Delambre et Pierre Méchain sont en possession de leur ordre de mission, le premier devant mesurer l'arc Dunkerque-Rodez. Il n'est évidemment pas question de déplacer des règles entre ces deux villes : outre que le travail aurait été fastidieux, la géographie ne l'aurait pas permis.

La méthode consiste à mesurer une **base** d'environ onze kilomètres entre Melun et Lieusaint.

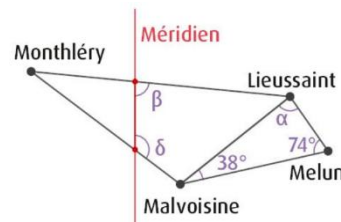
La **base** est alors l'origine d'une opération de triangulation. Ainsi, à partir des extrémités de cette base, Delambre vise Malvoisine.

De la mesure des angles, il déduit la distance Lieusaint-Malvoisine et celle-ci constitue la base d'un nouveau triangle dont le sommet sera Monthléry.

Des triangles formeront ainsi une chaîne ininterrompue le long de la méridienne.

Sept ans après et avec de nombreuses difficultés liées aux troubles de la Révolution, un comité de scientifiques annonce les résultats en 1799 : « l'arc du méridien entre Dunkerque et Barcelone est de $9^{\circ}40'25,40$. Il mesure 551 584,72 toises*. Par conséquent, un quart du méridien mesure 5 130 740 toises ».

* Une toise vaut 6 pieds soit 1,949 m.



Document 4 : Soit ABC un triangle quelconque.

La figure ci-dessous précise les notations utilisées pour les longueurs et les angles.

Somme des angles d'un triangle

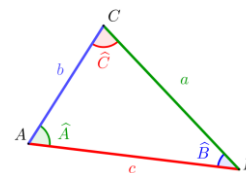
La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^{\circ}$$

Loi de sinus

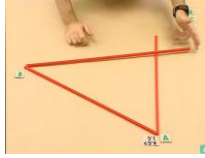
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

Démonstration de la loi des sinus pour les curieux !



Démonstration

Document 5 : la méthode de triangulation



Document 6 : la méthode de triangulation

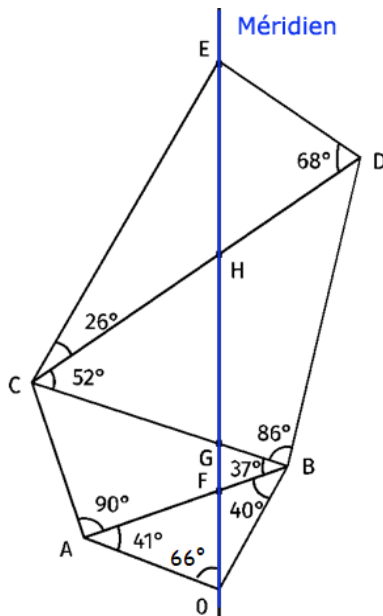
La méthode consiste à mesurer précisément une base AB.

La base est alors l'origine d'une opération de triangulation.

À partir des extrémités A et B de cette base, Delambre et Méchain visent un point O éloigné et mesurent les angles \widehat{BAO} et \widehat{OBA} . Ils en déduisent la distance BO en utilisant les relations du triangle. Celle-ci constitue alors la base d'un nouveau triangle dont le sommet est D.

Travaux pratiques :

Mesure d'une portion de méridien.



Travail à effectuer :

Questions et exploitation

1. Quel est le but essentiel de l'expédition de Delambre et Méchain ?

Critères de réussite

Ce n'est pas l'argent...

L'objectif est de fixer des unités de mesure commune à tous les pays pour faciliter les échanges

2. Quelle référence incontestable a-t-on choisie pour définir l'unité internationale de longueur, le mètre ?

Dans le document n°1

*C'est la terre qui a été choisie comme "référence incontestable".
Le mètre est défini comme la 10 millionième partie du quart du méridien terrestre.*

3. Retrouve-t-on la valeur du mètre ?

A partir du document 3.

Longueur du quart du méridien $L_{1/4} = 5\,130\,740$ toises

$$1 \text{ toise} = 1,949 \text{ m} \Rightarrow \frac{5\,130\,740 \times 1,949}{10\,000\,000} \approx 1 \text{ m}$$

4. Dédurre des documents que la valeur du méridien est environ de 40 000 km.

Voir les documents 1 et 2

$$L_{\text{méridien}} = 4 \times L_{1/4} = 4 \times 5\,130\,740 \times 1,949 \approx 40\,000\,000 \text{ m} \\ \approx 40\,000 \text{ km}$$

5. Quel protocole expérimental ont utilisé Delambre et Méchain pour mesurer la distance Dunkerque-Barcelone ? Aide document n°3 et n°4

Pour déduire la distance entre Barcelone et Dunkerque, ils utilisent la méthode de triangulation qui se déroule en différentes étapes :

- Choisir une base AB d'un triangle
- Viser un point C à partir des extrémités A et B
- Mesurer les angles \widehat{CAB} et \widehat{CBA}
- En déduire la distance BC
- Renouveler les étapes précédentes

5. À l'aide de la carte, évaluez cette distance en mètres et en toises.

Aide document n°6

On peut utiliser l'échelle de la carte

$$\begin{cases} 100 \text{ km} \longleftrightarrow 1,26 \text{ cm} \\ d_{DB} \longleftrightarrow 13,82 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow d_{DB} = \frac{100 \times 13,82}{1,26} = 1097 \text{ km}$$

$$d_{DB} = \frac{1097 \cdot 10^3}{1,949} = 562\,763 \text{ toises}$$

6. Sur le schéma, sachant que l'on connaît la distance AB = 11 km, que les angles déterminés par triangulation sont indiqués et les angles manquants à mesurer avec un rapporteur, calculez la longueur OE représentant une portion de méridien.

A vos calculatrices.

Première étape du raisonnement :

Déterminez la distance FO à partir du schéma ci-contre.

En déduire ensuite la distance OE

Dans le triangle (AFO), on peut écrire

$$\hat{f} + \hat{a} + \widehat{AOF} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{f} = 180^\circ - \widehat{AOF} - \hat{a} = 180^\circ - 66^\circ - 41^\circ = 73^\circ$$

on en déduit \hat{f}'

$$\hat{f} + \hat{f}' = 180^\circ \text{ (angle complémentaire)}$$

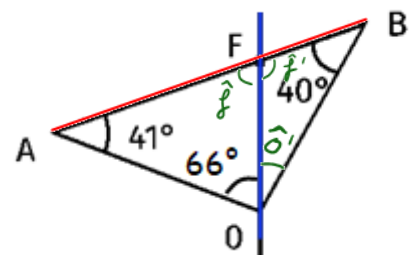
$$\Rightarrow \hat{f}' = 180^\circ - \hat{f} = 180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$$

Dans le triangle (OFB) on peut en déduire \hat{o}'

$$\hat{o}' + \hat{f}' + \hat{b} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{o}' = 180^\circ - \hat{f}' - \hat{b} = 180^\circ - 107^\circ - 40^\circ = 33^\circ$$

$$\text{et donc } \hat{o} = \widehat{AOB} = 66^\circ + 33^\circ = 99^\circ$$



Coup de pouce pour la première étape :

- Calculer les angles \widehat{AFO} , \widehat{OFB} , \widehat{FOB} et \widehat{AOB}
- En déduire les distances OB, FB puis FO

Dans le triangle (AOS), il est possible, en appliquant la loi des sinus, de déterminer la distance [OS]

$$\frac{AB}{\sin \hat{O}} = \frac{OS}{\sin \hat{A}}$$

$$\Rightarrow OS = \frac{AB \times \sin \hat{A}}{\sin \hat{O}} = \frac{11 \times \sin 41^\circ}{\sin 99^\circ}$$

$$\Rightarrow OS = 7,3 \text{ km}$$

Dans le triangle (OFB), on peut maintenant calculer [OF]

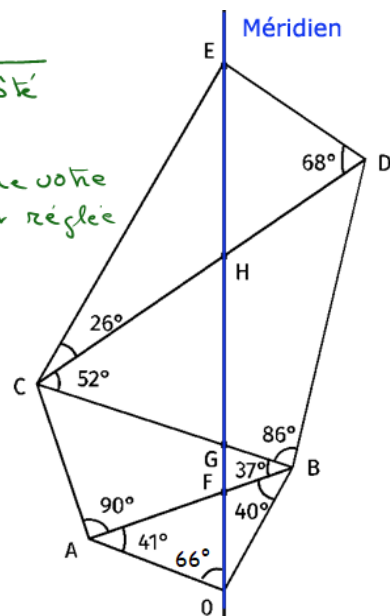
$$\frac{OF}{\sin \hat{B}} = \frac{OS}{\sin \hat{F}} \Rightarrow OF = \frac{OS \sin \hat{B}}{\sin \hat{F}} = \frac{7,4 \times \sin 40^\circ}{\sin 107^\circ}$$

$$OF = 4,9 \text{ km}$$

OUF, on a trouvé 1 longueur. Il en reste 3 !

Côté
sin / angle opposé au côté

Vérifiez que votre machine est réglée en degré



7. Le Bureau international des poids et mesures, organisation intergouvernementale dont les Etats membres agissent en commun concernant les sujets liés à la science des mesures et leurs étalons, a fait évoluer la définition du mètre.
Effectuez des recherches pour déterminer la définition actuelle du mètre.

Un moteur de recherche et internet

Bilan :

À partir du XVII^e siècle, on utilise une méthode de **triangulation** pour calculer la longueur d'un méridien terrestre. Pour cela, on regroupe des points visibles de loin par trois, formant une multitude de triangles contigus. La mesure de la base d'un triangle et de ses angles permet ensuite de calculer la longueur de ses deux autres côtés. La méthode est répétée de triangle en triangle.

La triangulation a été appliquée à la fin du XVIII^e siècle par Delambre et Méchain pour mesurer la portion de **méridien** entre Dunkerque et Barcelone. Connaissant la différence de latitude entre ces deux villes, ils en ont déduit la longueur du méridien (environ 40 000 km). Le mètre a alors été défini comme le dix-millionième du quart de cette longueur.

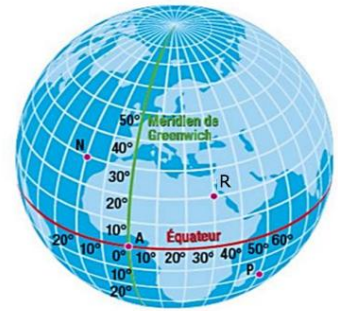
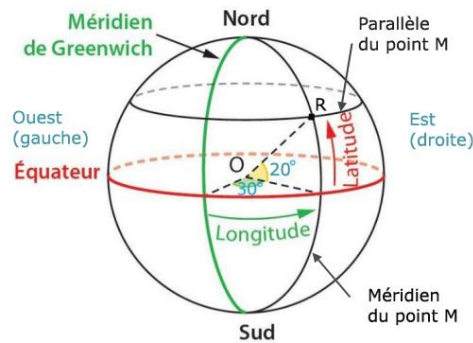
II- Comment se repérer sur terre ? Et quelle est la distance la plus courte entre 2 points ?

1- Documents:

Document 1 : méridiens, parallèles, longitude et latitude

Notons **O** le centre de la Terre.

Tout point **M** à la surface de la Terre se trouve à l'intersection d'un parallèle et d'un méridien.



La **latitude** du point R est la mesure de l'angle de sommet **O** entre l'équateur et ce parallèle du point. Elle varie entre 0° et 90° .

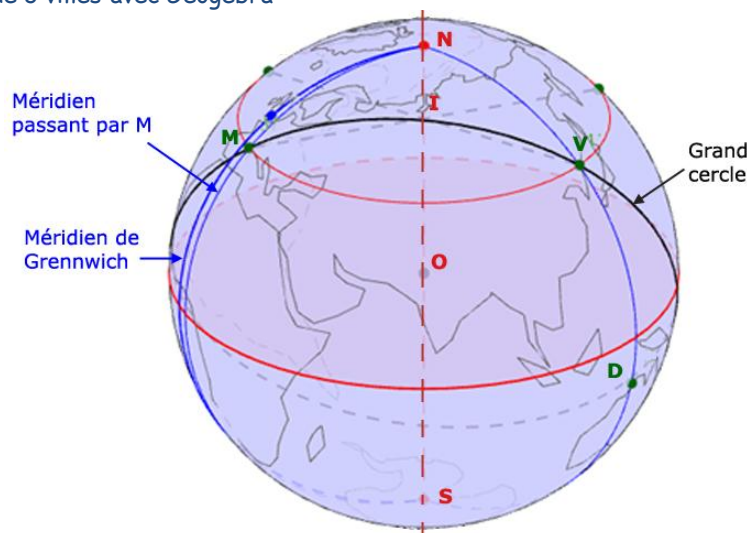
- Lorsqu'on donne la latitude d'un point, on précise s'il se trouve au nord ou au sud de l'équateur.
- la latitude du point R est $20^\circ N$ (N pour « nord »)

La **longitude** du point R est la mesure de l'angle de sommet **O** entre le méridien de Greenwich et ce méridien du point M. Elle varie entre 0° et 180° .

- Lorsqu'on donne la longitude d'un point, on précise s'il se trouve à l'est ou à l'ouest du méridien de Greenwich.
- la longitude du point R est $30^\circ E$ (pour « est » à droite du méridien de Greenwich)

Conclusion : Le point R a pour coordonnées géographiques ($20^\circ N$; $30^\circ E$)

Document 3 : Position de 3 villes avec Géogébra



M : Montpellier
V : Vladivostok
D : Darwin
E : point sur l'équateur à la même longitude que Vladivostok

O : centre de la Terre
I : centre du parallèle passant par Montpellier *Attention le point I n'est pas sur le grand cercle mais sur l'axe pôle Nord – pôle sud*
N : Pôle Nord – S pôle Sud
Grand cercle

Document 4 : Géométrie

Données :

Ville	Pays	Longitude	Latitude
Darwin	Australie	$130^\circ E$	$12^\circ S$
Vladivostok	Russie	$130^\circ E$	$43^\circ N$
Montpellier	France	$4^\circ E$	$43^\circ N$

Rayon de la Terre : $R_T = 6\,371 \text{ km}$

Circonférence du méridien : $L_M = 40\,000 \text{ km}$

2-Travail à faire:

2-1. Sur le globe ci-contre, on a positionné cinq villes.

Lesquelles sont dans l'hémisphère Nord ?

New York		Castellon		Kadugli
Rio de Janeiro		Le Cap		Sète

Lesquelles sont à l'Ouest du méridien de Greenwich ?

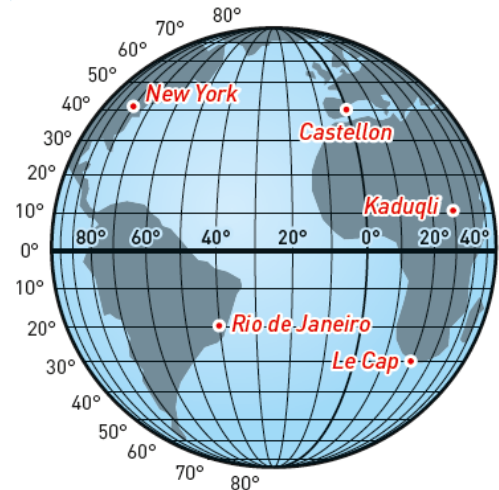
New York		Castellon		Kadugli
Rio de Janeiro		Le Cap		Sète

Laquelle est sur le même parallèle que Castellon ?

New York		Kadugli
Rio de Janeiro		Le Cap

Laquelle a pour coordonnées géographiques : 20° Est – 30° Sud ?

New York		Castellon		Kadugli
Rio de Janeiro		Le Cap		Sète



Quelles sont les coordonnées géographiques de New York ?

2-2. Justifier que les villes de Darwin et de Vladivostok sont sur le même méridien.

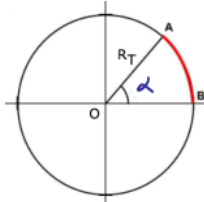
.....

2-3. Justifier que les villes de Vladivostok et Montpellier sont sur le même parallèle.

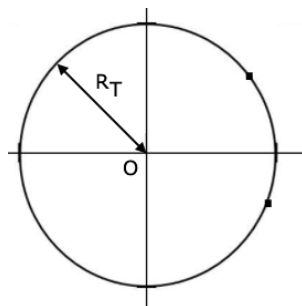
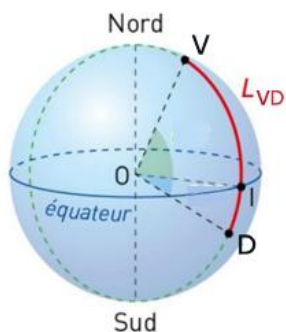
.....

2-4.

Rappel : Donner l'expression de l'arc de cercle \widehat{AB}



2-5. Déterminer l'angle \widehat{VOD} et la longueur L_{VD} de l'arc de cercle reliant Darwin à Vladivostok en suivant le même méridien.



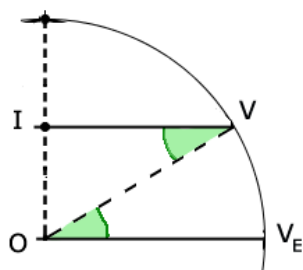
Distance entre 2 villes
sur un même méridien

2-6. Déterminer l'angle \widehat{VIM} et la longueur L_{VM} de l'arc de cercle reliant Vladivostok à Montpellier **à en suivant le même parallèle.**

Etape 1: Que représentent les angles $\widehat{EOM_E}$ et $\widehat{EOV_E}$?

En déduire l'angle \widehat{VIM}

Etape 2 :



Quelle est la valeur de l'angle \widehat{IVO} ?

Exprimez $\cos(\widehat{IVO})$

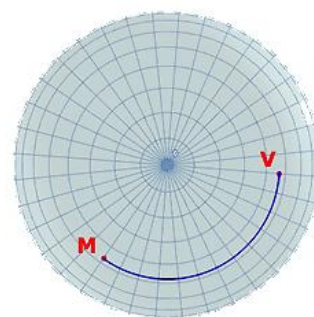
En déduire la valeur du « rayon » IV :

Etape 3 :

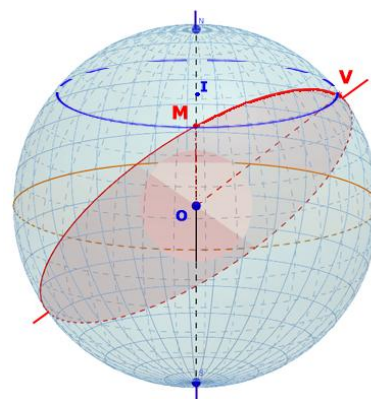
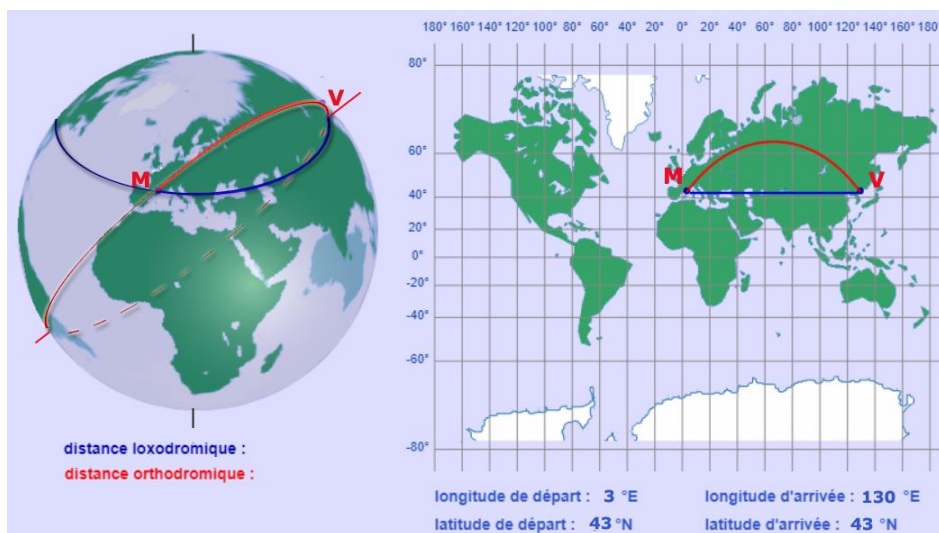
En déduire la longueur de l'arc de cercle L_{MV} correspondant à la distance Montpellier – Vladivostok sur le parallèle

Remarque : Que peut-on dire sur les longueurs de méridiens et des parallèles ?

- Les méridiens
- Les parallèles



2-7. Oui mais ... la distance Montpellier – Vladivostok est-t-elle la plus courte ?



Les points M et V sont sur le cercle rouge de centre O et de rayon R_T .
Ce cercle s'appelle **grand cercle**

L'angle \widehat{VOM} vaut 81° . Calculer la longueur du chemin reliant Vladivostok et Montpellier en suivant le grand cercle rouge.

Conclure :

.....
.....

Bilan :

Pour calculer la longueur d'un chemin reliant deux points à la surface de la Terre, on doit tout d'abord connaître la position de ces deux points.

Ce sont les et les, cercles imaginaires tracés sur le globe terrestre, qui permettent de faire ce repérage :

- un est un cercle qui passe par les deux..... ;
- un est l'intersection de la sphère terrestre et d'un plan parallèle à celui de

Chaque point sur Terre peut être repéré par deux angles :

- la λ , angle mesuré à partir du méridien de Greenwich ;
- la φ , angle mesuré à partir de l'équateur.

On appelle **grand cercle** l'intersection de la sphère terrestre et d'un plan qui passe par son centre.

Le plus court chemin entre deux points à la surface de la Terre est **l'arc du grand cercle** qui les relie.

Cette longueur d'arc est appelée « **route orthodromique** » ou « **géodésique** ».

