

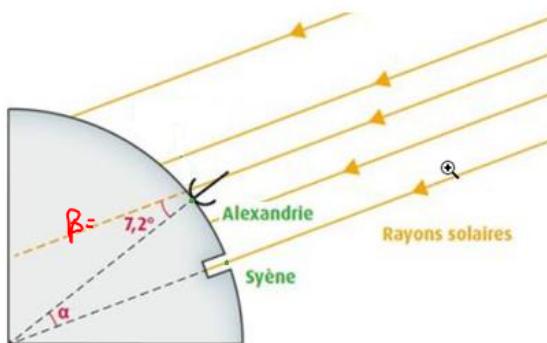
**REVISION**

## Thème « La Terre, un astre singulier »

## Partie I « La rotundité de la Terre »

**II- Etude et mesures de la rotundité de la Terre :****1- Savoir calcul du rayon de la terre par la méthode d'Ératosthène :**

$R_T = 6371 \text{ km}$       21 juin à Syène  
Distance Alex-Syène :  $d_{AS} = 800 \text{ km}$

**Rappel mathématique**Donner l'expression de l'arc de cercle  $\widehat{AB}$ 

$$\begin{aligned} 360^\circ &\leftrightarrow \text{Perimètre } 2\pi R_T \\ \alpha &\leftrightarrow \widehat{AB} \\ \Rightarrow \widehat{AB} &= \frac{2\pi R_T \times \alpha}{360^\circ} \end{aligned}$$

1. Quelles sont les 3 hypothèses prises par Eratosthène ?

- Alexandria et Syène sont sur un même méridien.
- des rayons, provenant du Soleil, arrivent parallèles entre eux sur la Terre.
- la distance A.S est connue.

2. En déduire la longueur du méridien terrestre  $L_M$  (circonférence) et le rayon de la Terre  $R_T$ .

les angles  $\alpha$  et  $\beta$  sont des angles alternes-internes

$$\Rightarrow \alpha = \beta = 7,2^\circ$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 360^\circ \leftrightarrow L_n = 2\pi R_T \\ \alpha \leftrightarrow d_{AS} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow L_n = \frac{d_{AS} \times 360^\circ}{\alpha} = \frac{800 \times 360^\circ}{7,2}$$

$$\Rightarrow L_n = 4,0 \cdot 10^4 \text{ km} \approx 40000 \text{ km}$$

On en déduit  $R_T$ 

$$L_n = 2\pi R_T$$

$$\Rightarrow R_T = \frac{L_n}{2\pi} = \frac{4,0 \cdot 10^4}{2\pi}$$

$$\Rightarrow R_T = 6366 \text{ km}$$

**2- La folle histoire du mètre :**

Soit ABC un triangle quelconque.

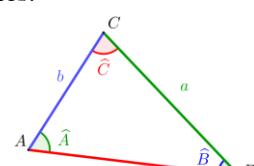
La figure ci-dessous précise les notations utilisées pour les longueurs et les angles.

**Somme des angles d'un triangle**La somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ .

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

Loi de sinus

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$



## La méthode de triangulation

Connaissant les angles des différents triangles et la longueur CB = 15 km, déterminez les distances AM et MN par la méthode de triangulation.

### Calcul de AN

Etape 1 : Trouver AB

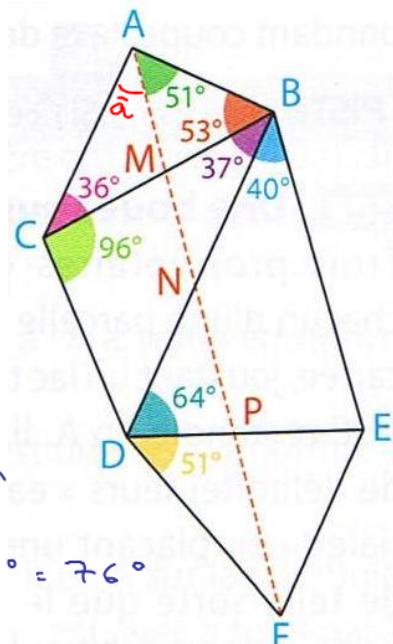
$$\widehat{CAB} + 53^\circ + 36^\circ = 180^\circ \text{ dans le triangle } (ABC) \\ \Rightarrow \widehat{CAB} = 180^\circ - 53^\circ - 36^\circ = 91^\circ$$

La loi des sinus, dans le triangle ABC

$$\frac{AB}{\sin 36^\circ} = \frac{BC}{\sin 91^\circ} \Rightarrow AB = \frac{BC \times \sin 36^\circ}{\sin 91^\circ} \\ = \frac{15 \times \sin 36^\circ}{\sin 91^\circ} = 8,82 \text{ km}$$

Il faut la valeur de  $\widehat{ANB}$

$$\widehat{ANB} + 53^\circ + 51^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ANB} = 180^\circ - 53^\circ - 51^\circ = 76^\circ$$



On peut trouver AN : dans le triangle ANB

$$\frac{AN}{\sin 53^\circ} = \frac{AB}{\sin 76^\circ} \\ \Rightarrow AN = \frac{AB \times \sin 53^\circ}{\sin 76^\circ} \\ = \frac{8,82 \times \sin 53^\circ}{\sin 76^\circ} = 7,26 \text{ km}$$

### Méthode

- Dans le triangle ANB, on détermine  $\widehat{NB}$
- On détermine les angles dans le triangle  $\widehat{BNB}$

### triangle $\widehat{BNB}$

- On peut ensuite déterminer  $\widehat{NB}$

Dans le triangle  $\widehat{ANB}$ , on applique la loi des sinus

$$\frac{\widehat{NB}}{\sin 51^\circ} = \frac{AB}{\sin 76^\circ} \\ \Rightarrow \widehat{NB} = \frac{AB \times \sin 51^\circ}{\sin 76^\circ} \\ = \frac{8,82 \times \sin 51^\circ}{\sin 76^\circ} = 7,06 \text{ km}$$

De plus  $\widehat{BNB} + 76^\circ = 180^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{BNB} = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$$

Dans le triangle  $\widehat{BNB}$ , on détermine l'angle  $\widehat{NBN}$

$$\widehat{NBN} + 104^\circ + 37^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{NBN} = 180^\circ - 104^\circ - 37^\circ = 39^\circ$$

Toujours dans le triangle  $\widehat{BNB}$ , on applique la loi des sinus

$$\frac{MN}{\sin 37^\circ} = \frac{\widehat{NB}}{\sin 39^\circ} \\ \Rightarrow MN = \frac{\widehat{NB} \times \sin 37^\circ}{\sin 39^\circ} = \frac{7,06 \times \sin 37^\circ}{\sin 39^\circ} \\ \Rightarrow MN = 6,75 \text{ km}$$

## II- Comment se repérer sur terre ? Et quelle est la distance la plus courte entre 2 points ?

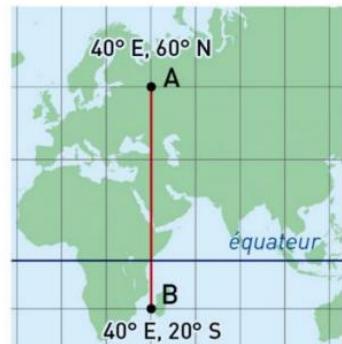
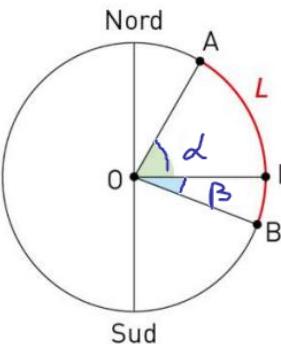
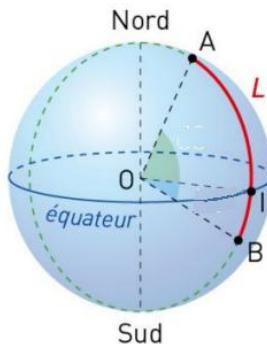
Savoir définir un méridien : Cercle de centre O (centre de la Terre) et passant par les 2 pôles.

Savoir définir un parallèle : Cercle parallèle au plan de l'équateur et dont le centre est sur l'axe Pôle N - Pôle S

Savoir définir la latitude : .....  
.....

Savoir définir une longitude : .....

Distance entre 2 villes sur un même méridien

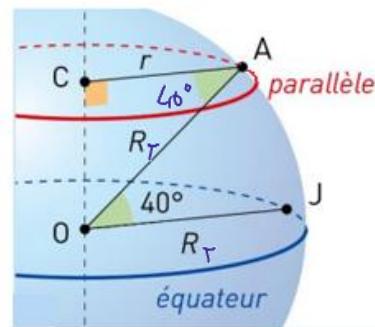
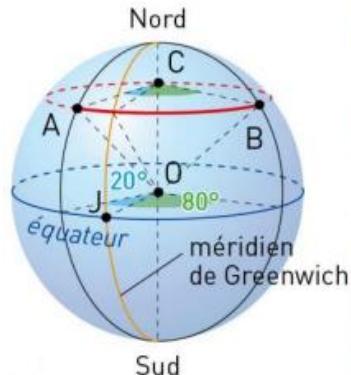


Calculer la longueur L de l'arc du méridien entre A et B.

$$\begin{aligned} \alpha = \widehat{AOI} &= \text{latitude de } A \Rightarrow \alpha = 60^\circ \\ \beta = \widehat{BOI} &= \text{latitude de } B \Rightarrow \beta = 20^\circ \\ \Rightarrow \alpha + \beta &= 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} 360^\circ \leftrightarrow 2\pi R_T \\ 80^\circ \leftrightarrow L \end{array} \right. \\ \Rightarrow L = \frac{2\pi R_T \times 80^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi \times 6371 \times 80^\circ}{360^\circ} \\ \Rightarrow L = 8836 \text{ km} \end{aligned}$$

Distance entre 2 villes sur un même parallèle



Calculer le rayon r  
des angles  $\widehat{CAO} = \widehat{AOJ} = 40^\circ$

sont alternes intérieurs

$$\text{On a } \cos \widehat{CAO} = \frac{r}{R_T}$$

En déduire l'arc de cercle AB sur le cercle de rayon r

d'angle  $\widehat{ACB}$  est obtenue en utilisant les longitudes des points A ( $20^\circ E$ ) et B ( $80^\circ E$ )  
Il faut les additionner et montrer pourquoi ici

$$ACB = 80^\circ + 20^\circ = 100^\circ \text{ correspond à l'angle de l'arc de cercle } \widehat{AB}$$

$$\text{donc } \left\{ \begin{array}{l} 360^\circ \leftrightarrow 2\pi r \\ 100^\circ \leftrightarrow \widehat{AB} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow r &= R_T \cos \widehat{CAO} \\ &= 6371 \times \cos 40^\circ = 4880 \text{ km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } \widehat{AB} &= \frac{2\pi r \times 100^\circ}{360^\circ} \\ &= \frac{2\pi \times 4880 \times 100^\circ}{360^\circ} \end{aligned}$$

$$\widehat{AB} = 8517 \text{ km}$$

