

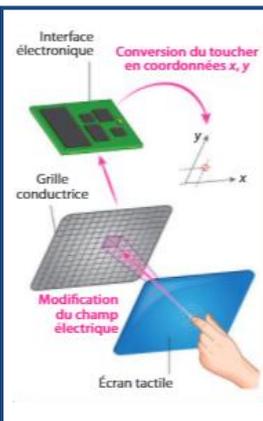


COURS n°12

« Les condensateurs, un moyen de stocker de l'énergie ... mais pas que ! » »

Les compétences à acquérir...

- Relier l'intensité d'un courant électrique au débit de charges.
 - Identifier des situations variées où il y a accumulation de charges de signes opposés sur des surfaces en regard. Comportement capacitif.
 - Citer des ordres de grandeur de valeurs de capacités usuelles.
 - Identifier et tester le comportement capacitif d'un dipôle.
- Illustrer qualitativement, par exemple à l'aide d'un microcontrôleur, d'un multimètre ou d'une carte d'acquisition, l'effet de la géométrie d'un condensateur sur la valeur de sa capacité.
- Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur dans le cas de sa charge par une source idéale de tension et dans le cas de sa décharge.
 - Expliquer le principe de fonctionnement de quelques capteurs capacitifs.
 - Étudier la réponse d'un dispositif modélisé par un dipôle RC.
 - Déterminer le temps caractéristique d'un dipôle RC à l'aide d'un microcontrôleur, d'une carte d'acquisition ou d'un oscilloscope.

**Comment fonctionne un écran récent de votre smartphone ?**

Les ordinateurs à écran tactile **capacitif** et résistif sont de plus en plus courants dans les applications industrielles car ils offrent une interface intuitive pour les opérateurs de machines. Les écrans tactiles capacitifs s'appuient sur les **propriétés électriques du corps humain** pour identifier où l'utilisateur touche l'écran.

Les **panneaux tactiles capacitifs** sont constitués d'un isolant tel que du verre, revêtu d'un conducteur transparent. Le corps humain étant également un conducteur électrique, toucher la surface de l'écran entraîne une **distorsion du champ électrostatique** de l'écran, mesurable comme un **changement de capacité**.

I – Qu'est ce qu'un condensateur et quelles sont ses propriétés ?**1- Définition et représentation symbolique d'un condensateur**

Symbole normalisé d'un condensateur :



Schéma d'un condensateur plan :

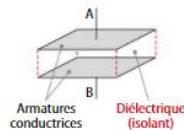
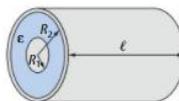


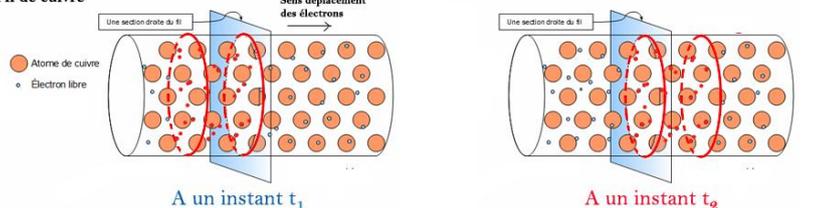
Schéma d'un condensateur cylindrique



Un **condensateur** est un système composé de deux surfaces conductrices en regard, appelées **armatures**..., séparées par un matériau **isolant**.....

2- Intensité d'un courant continu / débit de charges :

Fil de cuivre



Un **courant électrique** noté **I** correspond à **un déplacement en x de porteurs de charges**.....

- Dans le cas des métaux, **les porteurs de charges sont les e-**
- Dans les solutions, **les porteurs de charges sont les ions**.

Un **courant continu** est un courant électrique dont l'intensité ne **varie** pas au cours du temps.

Son intensité est notée par la lettre **I** (Majuscule)

Si **l'intensité du courant varie au cours du temps** alors elle est notée **i(t)**.

Un ampèremètre va mesurer l'intensité du courant électrique **i** c'est-à-dire, il va mesurer la quantité de **charge dq** transportée par **les électrons** qui traversent la section S pendant une durée **dt**

$$i = \frac{dq}{dt}$$

- dq est la quantité de charges exprimée en Coulomb C

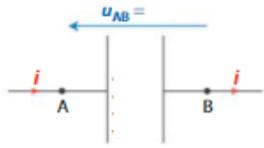
- dt est la durée exprimée en seconde s

- L'intensité i est exprimée en ampère A, unité équivalente à **C/s**.

Remarque :

- Si q(t) augmente au cours du temps alors sa dérivée par rapport au temps c'est-à-dire i est **positif**...
- Si q(t) diminue au cours du temps alors sa dérivée par rapport au temps c'est-à-dire i est **négatif**.

3- Comportement du condensateur dans un circuit : Comportement capacitif



Les électrons s'accumulent sur l'armature B : Elle devient négative.
L'isolant empêche les e- de "haver" (to pass).
Des e- partent de l'armature A : Elle est chargée positive.
Une différence de potentiel ou tension u_c apparaît.

Remarque :

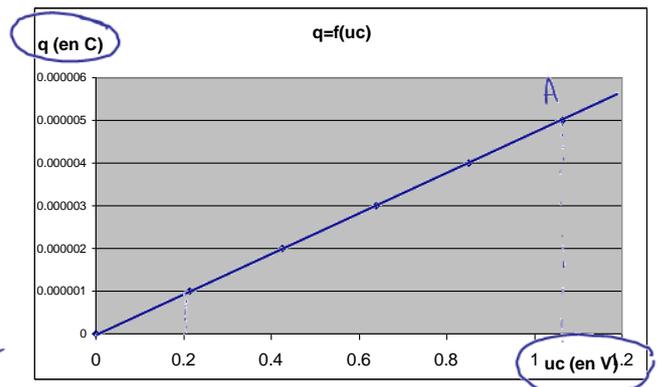
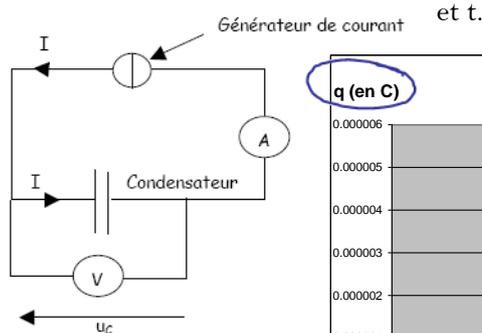
<p>Convention générateur : La tension aux bornes du dipôle est représentée par une flèche tension dans <i>le même sens</i> que celui du courant électrique i.</p>	
<p>Convention récepteur : La tension aux bornes du dipôle est représentée par une flèche tension <i>dans le sens contraire</i> celui du courant électrique i.</p> <p>$u_{AB} > 0$</p>	

4- Relation entre la charge q du condensateur et la tension u. à ses bornes : La capacité C

On alimente un condensateur avec un **générateur de courant**. Ce générateur délivre un courant d'intensité constante.

On a $I = 1 \mu\text{A}$ et on mesure u_c et t .

t (s)	u_c (enV)	q (enC)
0	0	0
1	0.21	0,000001
2	0.41	0,000002
3	0.65	0,000003
4	0.9	0,000004
5	1	0,000005



La courbe $q(t) = f(u_c)$ est *est une droite qui passe par l'origine q et u_c sont proportionnelles q = k * u_c*

Calcul de du coefficient de proportionnalité :

$$k = \frac{q_A - q_0}{u_{cA} - u_{c0}} =$$

Ce coefficient k sera noté **C** et est appelé la **capacité** du condensateur et s'exprime en **Farad**.

A chaque instant :

$$q(t) = C \times u_c(t)$$

Remarque :

La capacité C des condensateurs usuels varie de quelques picofarads ($1,0 \text{ pF} = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ F}$) à quelques millifarads ($1,0 \text{ mF} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ F}$)

La capacité d'un condensateur dépend :

- de la surface S : Plus S augmente plus C \nearrow
- de l'épaisseur e : Plus e augmente plus C \searrow
- de la nature de l'isolant qui est défini par ϵ une grandeur appelée permittivité du diélectrique. ϵ a pour unité F/m

$$C = \epsilon \times \frac{S}{e}$$

Un premier résumé:

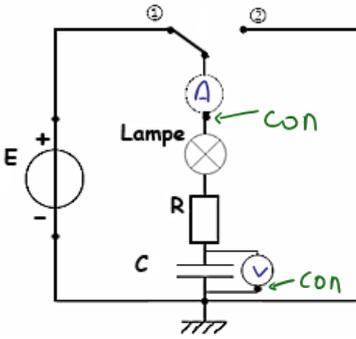
$$i(t) = \frac{dq}{dt} \text{ avec } q(t) = C u_c(t) \Rightarrow i = \frac{d(C u_c)}{dt} = C \times \frac{du_c}{dt}$$

II- Que se passe-t-il lorsqu'un condensateur est introduit dans un montage ?

1- Etude de la charge d'un condensateur :

a- Etude expérimentale : On place l'interrupteur en position 1 :

$A t = 0 s, u_c(0) = \dots 0 \dots V.$

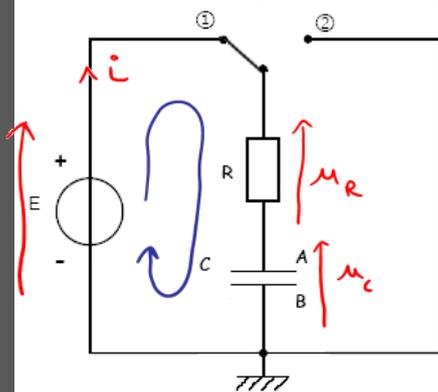


Observations :

A la fermeture de l'interrupteur (1), la lampe brille brièvement.
La tension aux bornes du condensateur \rightarrow d'intensité $i(t)$ diminue : la lampe peut par conséquent s'éteindre.

$\lim_{t \rightarrow \infty} u_c(t) = E$

b- Etude théorique de la charge:



- Représentez le courant électrique i et les tensions aux bornes de chaque dipôle dans la boucle 1 dont on a défini un sens.
- Faire la somme « algébrique » des tensions dans cette boucle

$E - u_R - u_C = 0$
Loi d'ohm
 $u_R = R i = R \frac{dq}{dt} = RC \frac{du_C}{dt}$

donc
 $u_R + u_C = E$

$\Rightarrow RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = \frac{E}{RC}$

+ u lorsque la flèche tension est dans le même sens de celui choisi dans la boucle
- u lorsque la flèche tension est dans le sens contraire de celui choisi dans la boucle

Une telle équation est appelée équation différentielle du premier ordre

La solution d'une telle équation est de la forme $u_c(t) = A \times e^{-k \times t} + B$ où A, B et k sont des constantes.

Comment déterminer ces 3 constantes ? En exploitant ce que l'on sait à $t = 0s$ et $t \ll$ « très grand »

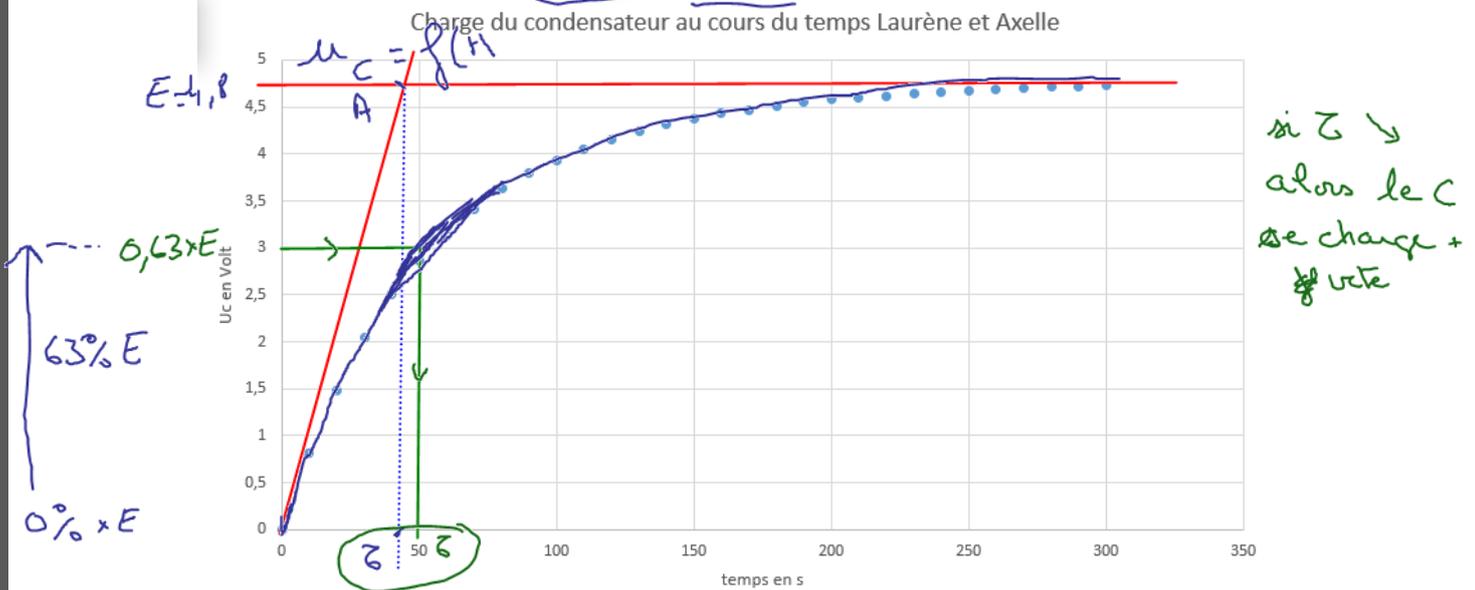
$A t = 0s : u_c(0) = \dots 0 \dots V$	$A t$ très grand $u_c(t) = E \dots$
$u_c(0) = A \times e^{-k \times 0} + B = A + B = 0$ $\Rightarrow A = -B$	$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-kt} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{kt}} = 0$ $\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} u_c(t) = 0 + B = E$ et $A = -B = -E$
Exploisons maintenant l'équation $u_c(t) =$ $u_c(t) = -E e^{-kt} + E = E(1 - e^{-kt})$ $\frac{du_c}{dt} = \frac{d(-E e^{-kt} + E)}{dt} = -E k e^{-kt}$ L'équation s'écrit $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = \frac{E}{RC}$ $\Rightarrow + E k e^{-kt} + \frac{1}{RC} (-E e^{-kt} + E) = \frac{E}{RC}$	$\Rightarrow + E k e^{-kt} - \frac{E}{RC} e^{-kt} + \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$ $\Rightarrow + E k e^{-kt} - \frac{E}{RC} e^{-kt} = 0$ $\Rightarrow E e^{-kt} (k - \frac{1}{RC}) = 0 \quad \forall t$ donc $k - \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{RC}$

On obtient $u_c(t) = -E e^{-t/RC} + E = E(1 - e^{-t/RC})$

$A t = 0 \quad u_c(0) = E(1 - 1) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E(1 - e^{-t/RC}) = E$

b- Etude expérimentale de la charge:

En TP, vous avez obtenu pour $E = 4,8 \text{ V}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 4700 \mu\text{F}$ la courbe suivante :



La charge n'est pas instantanée, elle dépend du choix de la valeur de résistance et de la valeur de la capacité C du condensateur.

On définit un **temps caractéristique de la charge** du condensateur τ

$$\tau = RC$$

- R exprimé en Ω .
- C exprimée en F (Farad)
- τ exprimée en

Information données par la valeur de τ

- à $t = \tau$ le condensateur est chargé à **63%** ($u_c = 0,63 \times E$)
- à $t = 3\tau$ le condensateur est chargé à **95%**
- à $t = 5\tau$ le condensateur est chargé à **99%**

Selon la précision souhaitée, on peut considérer que le condensateur est chargé au bout d'une durée égale **5τ** .

Généralement on considère qu'un condensateur est totalement chargé ou déchargé au bout de **5τ**

Exercice : Déterminer la valeur de τ de 2 manières

$$\tau = R \times C$$

$$= 10 \cdot 10^3 \times 4700 \cdot 10^{-6}$$

$$\tau = 47 \text{ s}$$

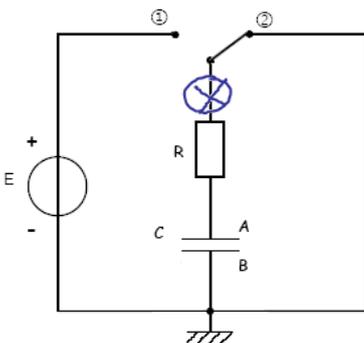
Graphiquement :

- Intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote horiz
- => Abscisse est $t = \tau$
- $0,63 \times E = 0,63 \times 4,8 = 3,0 \text{ V}$ (ordonnée abscisse $t = \tau$)

2- Etude de la décharge d'un condensateur :

a- Etude expérimentale de la décharge: On place ensuite (après la charge) l'interrupteur en position 2 :

À $t = 0 \text{ s}$, $u_c(0) = E$ (le condensateur est chargé)



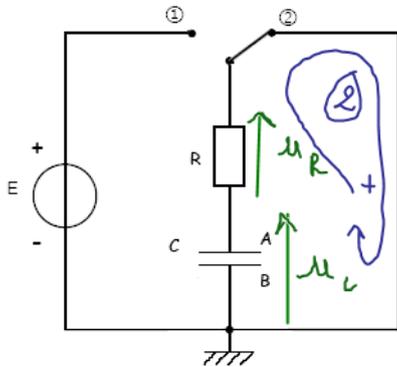
Observations :

... la lampe brille et son intensité lumineuse diminue. A la fin la lampe ne brille plus.

... $u_c(t)$ diminue puis s'annule.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_c(t) = 0 \text{ V. le cond est déchargé.}$$

b- Etude théorique de la décharge:



- Représentez le courant électrique i et les tensions aux bornes de chaque dipôle dans la boucle 2 dont on a défini un sens.
- Faire la somme « algébrique » des tensions dans cette boucle

Dans la boucle 2

$$u_R + u_C = 0$$

Loi d'ohm $u_R = Ri$

De plus $i = \frac{dq}{dt}$ avec $q = C \times u_C$

+ u lorsque la flèche tension est dans le **même sens** de celui choisi dans la boucle
 - u lorsque la flèche tension est dans le **sens contraire** de celui choisi dans la boucle

donc $i = C \frac{du_C}{dt} \Rightarrow RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} \times u_C = 0$

Une telle équation est appelée **eq. diff. du 1er ordre**

La solution d'une telle équation est de la forme $u_C(t) = A \times e^{-k \times t} + B$ où A, B et k sont des constantes.

Comment déterminer ces 3 constantes ? En exploitant ce que l'on sait à $t = 0s$ et $t \ll \text{très grand}$

A $t = 0s : u_C(0) = E$	A t très grand $u_C(t) = 0.V$
$u_C(0) = A \times e^{-k \times 0} + B = E$ $\Rightarrow A + B = E$ $\Rightarrow A = E$	$\lim_{t \rightarrow \infty} u_C(t) = 0$ $\lim_{t \rightarrow \infty} (A e^{-kt} + B) = B = 0$

Exploisons maintenant l'équation $u_C(t) = E e^{-kt}$ sol de l'eq. diff.

$u_C(t) = E e^{-kt}$

$\frac{du_C}{dt} = E \times (-k) e^{-kt} = -E k e^{-kt}$

L'équation s'écrit

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = 0$$

$$\Rightarrow E e^{-kt} \times \left(-k + \frac{1}{RC} \right) = 0$$

$$\Rightarrow -k + \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{RC}$$

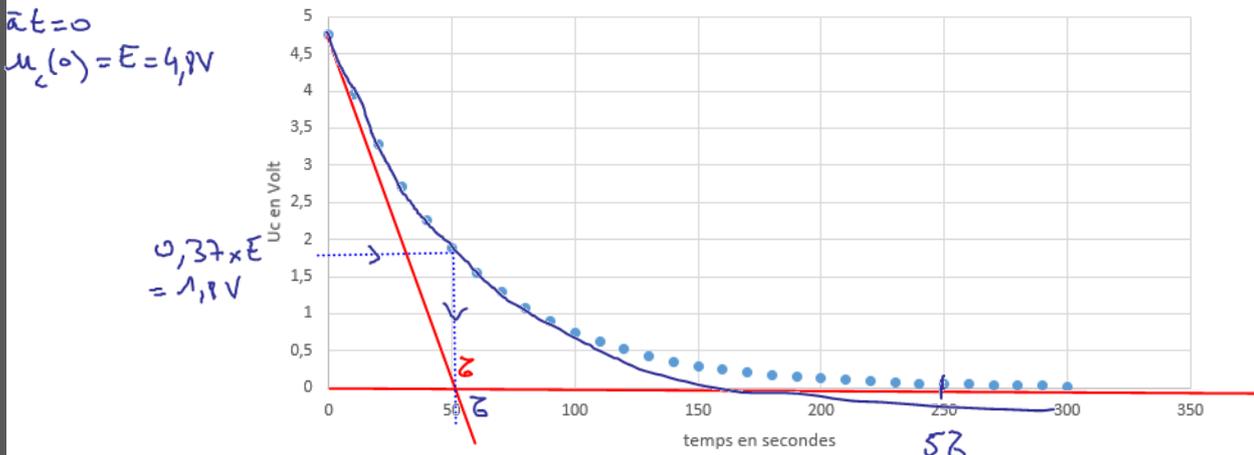
$$\Rightarrow -E k e^{-kt} + \frac{1}{RC} \times E e^{-kt} = 0$$

On obtient $u_C(t) = E \times e^{-t/RC}$

b- Etude expérimentale de la décharge:

En TP, vous avez obtenu pour $E = 4,8 V$, $R = 10 k\Omega$ et $C = 4700 \mu F$ la courbe suivante :

Décharge du condensateur au cours du temps
Laurène et Axelle



La décharge n'est pas *instantanée*..., elle dépend du choix de la valeur de résistance et de la valeur de la capacité C du condensateur.

On a toujours un **temps caractéristique de la charge** du condensateur τ

$$\tau = RC$$

- R exprimé en Ω
- C exprimée en F ...
- τ exprimée en s ...

$$\begin{aligned} u_c(3\tau) &= E \times e^{-3RC/RC} \\ &= E \times e^{-3} \\ &= 0,05 \times E \\ &= 5\% E \end{aligned}$$

Information données par la valeur de τ

- à $t = \tau$ le condensateur est déchargé à 63% ($u_c = 0,37 \times E$) à $t = \tau$
- à $t = 3 \times \tau$ le condensateur est déchargé à 95%
- à $t = 5 \times \tau$ le condensateur est déchargé à 99%

Selon la précision souhaitée, on peut considérer que le condensateur est **déchargé** au bout d'une durée égale $5 \times \tau$.

Généralement on considère qu'un condensateur est totalement déchargé au bout de $5 \times \tau$

Exercice : Déterminer la valeur de τ de 2 manières

$$\tau = RC = 47 \text{ s}$$

- L'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote horizontale vous donne $t = \tau$.

$$\tau = 50 \text{ s}$$

- à $t = \tau$ on a $u_c(\tau) = 0,37 \times E$
 $= 0,37 \times 4,8$
 $= 1,8 \text{ V}$