Lycée Joliot Curie à 7	*PHYSIQUE XII*	Classe de Ter Spé φχ

COURS n°12

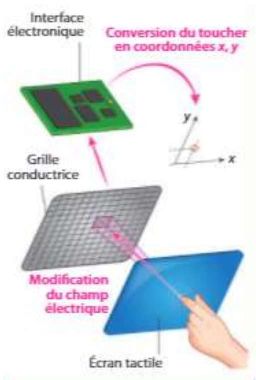
« Les condensateurs, un moyen de stocker de l'énergie … mais pas que !» »

Les compétences à acquérir…

- Relier l'intensité d'un courant électrique au débit de charges.
- Identifier des situations variées où il y a accumulation de charges de signes opposés sur des surfaces en regard. Comportement capacitif.
- Citer des ordres de grandeur de valeurs de capacités usuelles.
- Identifier et tester le comportement capacitif d'un dipôle.

Illustrer qualitativement, par exemple à l'aide d'un microcontrôleur, d'un multimètre ou d'une carte d'acquisition, l'effet de la géométrie d'un condensateur sur la valeur de sa capacité.

- Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur dans le cas de sa charge par une source idéale de tension et dans le cas de sa décharge.
- Expliquer le principe de fonctionnement de quelques capteurs capacitifs.
- Étudier la réponse d'un dispositif modélisé par un dipôle RC.
- Déterminer le temps caractéristique d'un dipôle RC à l'aide d'un microcontrôleur, d'une carte d'acquisition ou d'un oscilloscope.



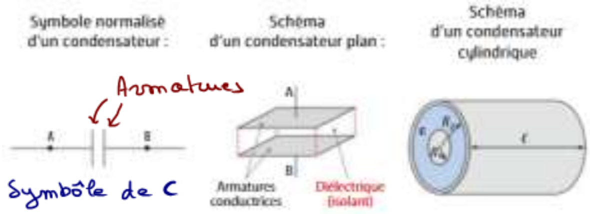
Comment fonctionne un écran récent de votre smartphone ?

Les ordinateurs à écran tactile **capacitif** et résistif sont de plus en plus courants dans les applications industrielles car ils offrent une interface intuitive pour les opérateurs de machines. Les écrans tactiles capacitifs s'appuient sur les **propriétés électriques du corps humain** pour identifier où l'utilisateur touche l'écran.

Les **panneaux tactiles capacitifs** sont constitués d'un isolant tel que du verre, revêtu d'un conducteur transparent. Le corps humain étant également un conducteur électrique, toucher la surface de l'écran entraîne une **distorsion du champ électrostatique** de l'écran, mesurable comme un **changement de capacité.**

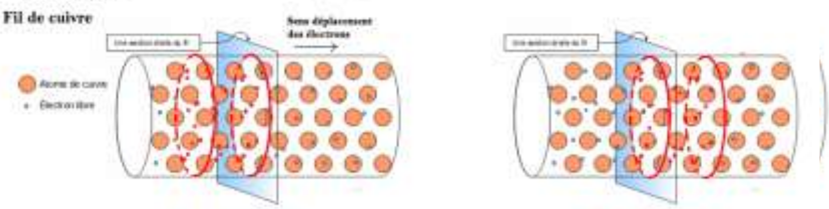
I – Qu'est ce qu'un condensateur et quelles sont ses propriétés ?

1- Définition et représentation symbolique d'un condensateur



Un condensateur est un système composé de deux surfaces conductrices en regard, appelées .armatures..., séparées par un matériau …isolant………

2- Intensité d'un courant continu / débit de charges :



A un instant t_1 — A un instant t_2

Un courant électrique noté I correspond à déplacement..de..porteurs…… de…charge……….

- Dans le cas des métaux, ..les électrons .se déplacent..
- Dans les solutions, ..les ions..se……. ..déplacent…..

Un courant continu est un courant électrique dont l'intensité ne .varie.. pas au cours du temps.
Son intensité est notée par la lettre (Majuscule)
Si l'intensité du courant varie au cours du temps alors elle est notée ..i.(minuscule)

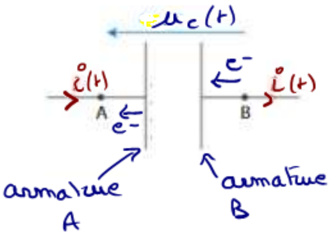
Un ampèremètre va mesurer l'intensité du courant électrique **i** c'est-à-dire, il va mesurer la quantité de **charge dq** transportée par les électrons qui traversent la section S pendant une durée **dt**

$$i_{(t)} = \frac{dq_{(t)}}{dt}$$

- dq est la quantité de charges exprimée en Coulomb C
- dt est la durée exprimée en seconde s
- L'intensité i est exprimée en ampère A, unité équivalente à ..C/s.

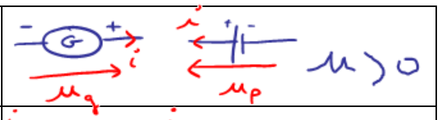
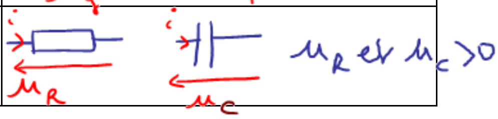
Remarque :
- Si q(t) augmente au cours du temps alors sa dérivée par rapport au temps c'est-à-dire i est .positif.
- Si q(t) diminue au cours du temps alors sa dérivée par rapport au temps c'est-à-dire i est .négatif

3- Comportement du condensateur dans un circuit : Comportement capacitif



Des électrons s'accumulent sur l'armature B : Elle devient négative.
L'isolant empêche les électrons de traverser.
Des électrons partent de l'armature A : elle devient positive.
Une différence de potentielle apparait aux bornes du condensateur : $u_c(t)$

Remarque :

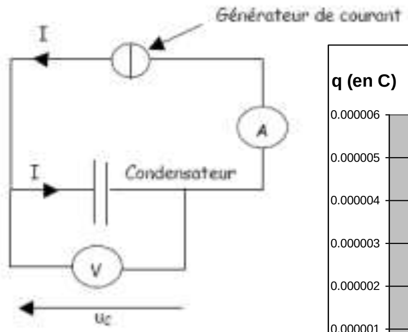
Convention générateur : La tension aux bornes du dipôle est représentée par une flèche tension dans le même sens que celui du courant électrique i.	
Convention récepteur : La tension aux bornes du dipôle est représentée par une flèche tension dans le sens contraire celui du courant électrique i.	

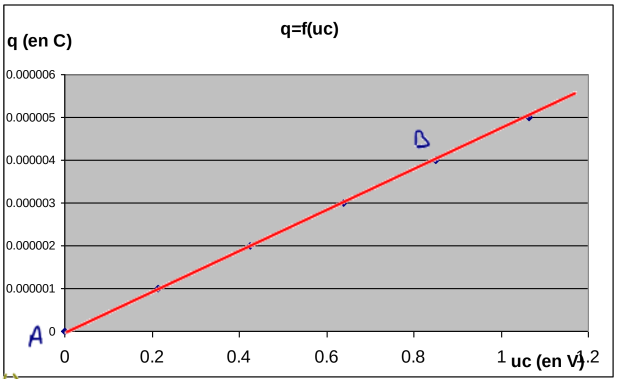
4- Relation entre la charge q du condensateur et la tension u_c à ses bornes : La capacité C

On alimente un condensateur avec un **générateur de courant**. Ce générateur délivre un courant d'intensité constante.

On a I = 1 µA et on mesure u_C et t.

t (s)	u_c (enV)	q (enC)
0	0	0
1	0.21	0,000001
2	0.41	0,000002
3	0.65	0.000003
4	0.9	0.000004
5	1	0.000005





La courbe $q(t) = f(u_c)$ est une droite passant par l'origine. Donc $q(t)$ et $u_c(t)$ sont proportionnelles : $q(t) = k \times u_c(t)$

Calcul de du coefficient de proportionnalité :	Ce coefficient k sera noté **C** et est appelé la capacité du condensateur et s'exprime en Farad (F).
$k = \dfrac{q(t_B) - q(t_A)}{u_c(t_B) - u_c(t_A)} = \dfrac{4{,}0 \cdot 10^{-6} - 0{,}0}{0{,}9 - 0{,}0}$ $k = 4{,}4 \cdot 10^{-6}\ C/V$	A chaque instant : $q(t) = C \times u_c(t)$

Remarque :

$$C = \varepsilon \times \frac{S}{e}$$

La capacité C des condensateurs usuels varie de quelques picofarads (1,0 pF = $1{,}0 \cdot 10^{-12}$ F) à quelques millifarads (1,0 mF = $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ F)

La capacité d'un condensateur dépend :
- de la surface S : Plus S augmente plus C augmente.
- de l'épaisseur e : Plus e augmente plus C diminue.
- de la nature de l'isolant qui est défini par ε une grandeur appelée permittivité du diélectrique. ε a pour unité $C.\ m^{-1}$.

D'après la formule qui vous sera toujours donnée

$$\varepsilon = \frac{C \times e}{S} \quad \left(\frac{F \times m}{m^2}\right)$$

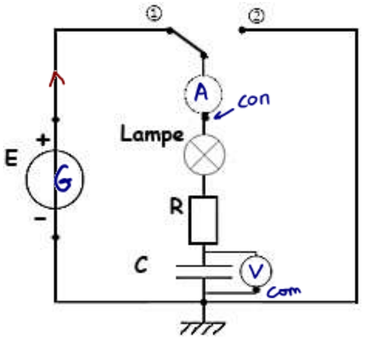
Un premier résumé:

$i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$ et $q(t) = C \times u_c(t)$	donc $i(t) = \dfrac{d(C \cdot u_c(t))}{dt} = C \times \dfrac{du_c(t)}{dt}$ (constante) $\Rightarrow i(t) = C \dfrac{du_c(t)}{dt}$ A savoir refaire

II- Que se passe-t-il lorsqu'un condensateur est introduit dans un montage ?

1- Etude de la charge d'un condensateur :

a- Etude expérimentale : **On place l'interrupteur en position 1 :**



A t = 0 s, $u_c(0)$ = ..0 V..

Observations :

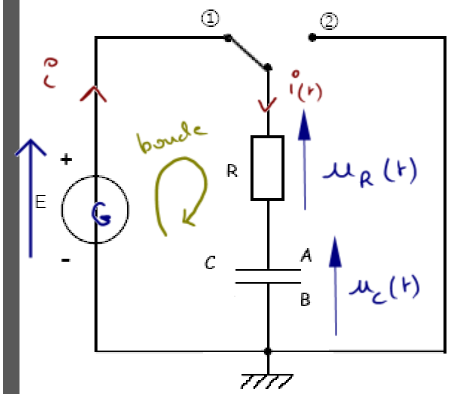
A la fermeture de l'interrupteur ①, la lampe brille fortement.

La tension aux bornes du condensateur augmente

L'intensité $i(t)$ diminue : la lampe finit par s'éteindre.

$\lim_{t \to +\infty} u_c(t) = E$ V

b- Etude théorique de la charge:



- Représentez le courant électrique i et les tensions aux bornes de chaque dipôle dans la boucle 1 dont on a défini un sens.
- Faire la somme « algébrique » des tensions dans cette boucle

La loi des mailles (boucle) permet d'écrire que

$E - u_R(t) - u_c(t) = 0$

$\Rightarrow u_R(t) + u_c(t) = E$

D'après la loi d'ohm $u_R(t) = R \times i(t)$

donc $R\,i(t) + u_c(t) = E$

> **+ u** lorsque la flèche tension est dans le **même sens** de celui choisi dans la **boucle**
> **- u** lorsque la flèche tension est dans le **sens contraire** de choisi dans la **boucle**

or $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ et $q(t) = \frac{d(C \times u_c(t))}{dt}$ donc $i(t) = C \times \frac{du_c(t)}{dt}$

donc $RC\frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = E \Rightarrow \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_c(t) = \frac{E}{RC} \Leftrightarrow \frac{du_c(t)}{dt} = \underbrace{-\frac{1}{RC}}_{a} \times u_c(t) + \underbrace{\frac{E}{RC}}_{b}$

Une telle équation est appelée ..équation différentielle..................

Expression de la solution de cette équation différentielle

a = $-\frac{1}{RC}$ **b =** $\frac{E}{RC}$

$-\frac{b}{a} = -\frac{E/\cancel{RC}}{-1/\cancel{RC}} = E$

$\Rightarrow u_c(t) = C\,e^{-t/RC} + E$

> Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme
> $x \longmapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$, où a, b et $C \in \mathbb{R}$.

La solution de l'équation différentielle est $u_c(t) = C\,e^{-t/RC} + E$ avec C qui est une constante $\in \mathbb{R}$

A t = 0s : $u_c(0) = 0$ V	**A t très grand** $u_c(t) = E$
$u_c(0) = C \times e^{-0/RC} + E = 0$ $\Rightarrow C + E = 0 \Rightarrow C = -E$ $\Rightarrow u_c(t) = E - E\,e^{-t/RC} = E(1 - e^{-t/RC})$	$\lim_{t \to +\infty} u_c(t) = \lim_{t \to +\infty}(E - E\,\underbrace{e^{-t/RC}}_{\to 0}) = E$ $\lim_{t \to +\infty} e^{-t/RC} = \lim_{t \to +\infty} \frac{1}{\underbrace{e^{t/RC}}_{\to +\infty}} = 0$

Vérifions que $u_c(t) = E - E\,e^{-t/RC}$ est solution de l'équation différentielle

$\frac{du_c(t)}{dt} = 0 - E \times \left(-\frac{1}{RC}\right)e^{-t/RC} = \frac{E}{RC}e^{-t/RC}$ $\{(e^u)' = u'e^u$

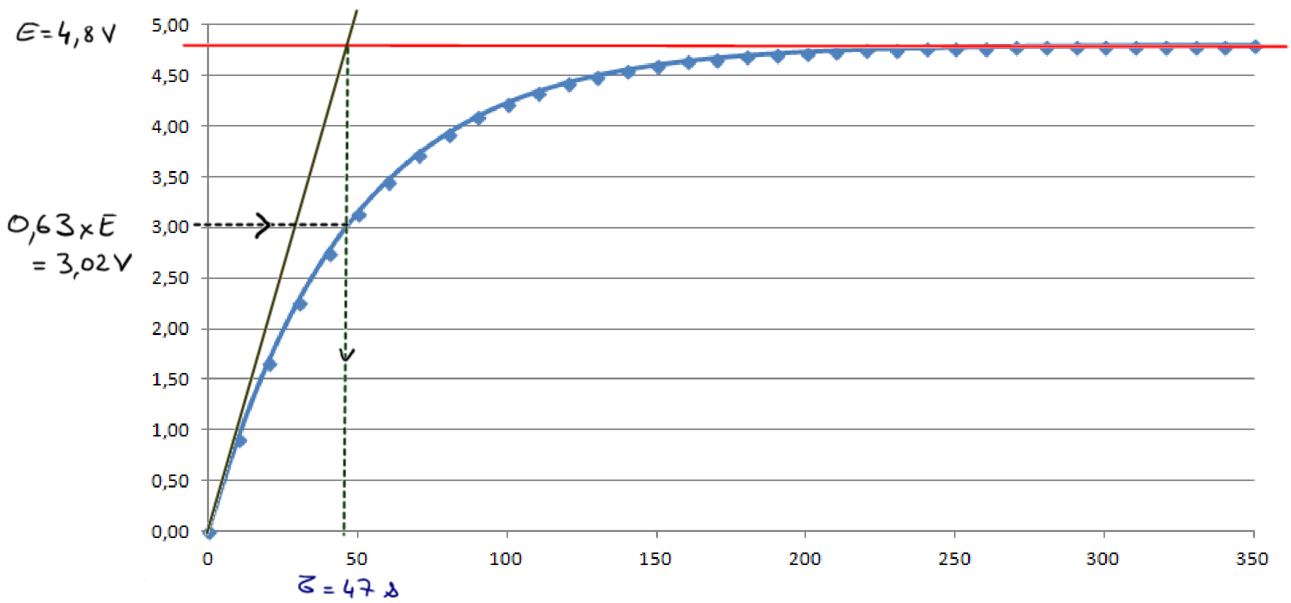
donc $\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \times u_c(t) = \frac{E}{RC}e^{-t/RC} + \frac{1}{RC}(E - E\,e^{-t/RC})$

$= \frac{E}{RC}\cancel{e^{-t/RC}} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}\cancel{e^{-t/RC}} = \frac{E}{RC}$

L'équation différentielle est bien vérifiée.

b- Etude expérimentale de la charge:

En TP, vous avez obtenu pour E =4,8 V, R =10 kΩ et C=4700 µF la courbe suivante :



La charge n'est pas instannée………, elle dépend du choix de la valeur de résistance et de la valeur de la capacité C du condensateur.

On définit un temps caractéristique de la charge du condensateur τ

$\tau = R \times C$

- R exprimé en .Ω..(ohm)
- C exprimée en ..F….
- τ exprimée en ..s…(Ω.F)

à $t = \tau$; $u_C(\tau) = E(1 - e^{-RC/RC}) = E \times (1 - e^{-1}) = 0,63 \times E$

à $t = 3\tau$; $u_C(3\tau) = E(1 - e^{-3}) = 0,95 \times E$

à $t = 5\tau$; $u_C(5\tau) = E(1 - e^{-5}) = 0,99 \times E$

Information données par la valeur de τ

à t = τ le condensateur est chargé à 63. % (u_C =0,63.×.E..)

à t = 3×τ le condensateur est chargé à 95. %

à t = 5×τ le condensateur est chargé à 99 %

Selon la précision souhaitée, on peut considérer que le condensateur est chargé au bout d'une durée égale **5×τ.**

Généralement on considère qu'un condensateur est totalement chargé ou déchargé au bout de 5.τ.

Exercice : Déterminer la valeur de τ de 2 manières

Calcul de τ

$\tau = R \times C = 10.10^3 \times 4700.10^{-6}$
$= 47$ s

Méthode graphique :

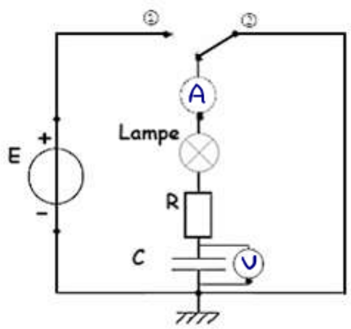
$0,63 \times E = 0,63 \times 4,8 = 3,02$ V

Graphiquement, on lit
τ = 47 s

2- Etude de la décharge d'un condensateur :

a- Etude expérimentale de la décharge: On place ensuite (après la charge) l'interrupteur en position 2 :

A t = 0 s, $u_c(0)$ = .E……



Observations :

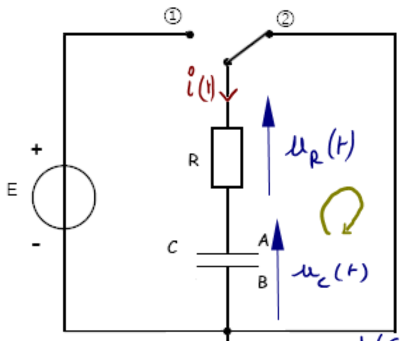
A la fermeture de l'interrupteur 2 , la lampe brille fortement.

La tension aux bornes du condensateur diminue

L'intensité i(t) diminue : la lampe finit par s'éteindre

$\lim_{t \to +\infty} u_C(t) = 0$ V

b- Etude théorique de la décharge:



- Représentez le courant électrique i et les tensions aux bornes de chaque dipôle dans la boucle 2 dont on a défini un sens.
- Faire la somme « algébrique » des tensions dans cette boucle

La loi des mailles (boucle) permet d'écrire que

$u_R(t) + u_c(t) = 0$

D'après la loi d'ohm $u_R(t) = R \times i(t)$

donc $Ri(t) + u_c(t) = 0$

+ **u** lorsque la flèche tension est dans le **même sens** de celui choisi dans la **boucle**
- **u** lorsque la flèche tension est dans le **sens contraire** de choisi dans la **boucle**

or $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ et $q(t) = \frac{d(C \times u_c(t))}{dt}$ donc $i(t) = C \times \frac{du_c(t)}{dt}$

donc $RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = 0 \Rightarrow \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_c(t) = \Leftrightarrow \frac{du_c(t)}{dt} = \overbrace{-\frac{1}{RC}}^{a} \times u_c(t)$

Expression de la solution de cette équation différentielle

Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme $x \longmapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$, où a, b et $C \in \mathbb{R}$.

a = $-\frac{1}{RC}$ **b** = 0

$-\frac{b}{a} = 0$

Donc la solution est de la forme

$u_c(t) = C \times e^{-t/RC} \ (+0)$

La solution de l'équation différentielle est $u_c(t) = C \times e^{-t/RC}$

A t = 0s : $u_c(0) = E$	**A t très grand $u_c(t) =$**
$u_c(0) = C \times e^{-0/RC} = C = E$ Donc $u_c(t) = E \times e^{-t/RC}$	$\lim_{t \to +\infty} u_c(t) = \lim_{t \to +\infty} E\, \underbrace{e^{-t/RC}}_{\to 0} = 0$

Vérifions que $u_c(t) = E \times e^{-t/RC}$ est solution de l'équation différentielle

$\frac{du_c(t)}{dt} = E \times \left(-\frac{1}{RC}\right) e^{-t/RC} = \frac{-E}{RC} e^{-t/RC}$

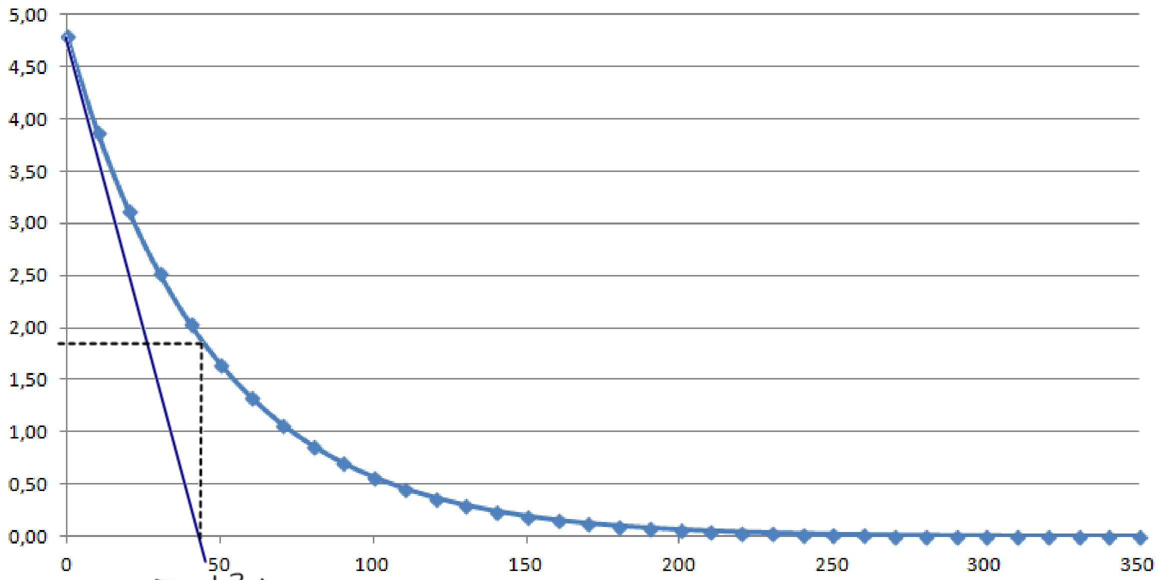
donc $\frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_c(t) = -\frac{E}{RC} e^{-t/RC} + \frac{1}{RC} \times E e^{-t/RC} = 0$

$u_c(t)$ est bien solution de l'équation différentielle

b- Etude expérimentale de la décharge:

En TP, vous avez obtenu pour E =4,8 V, R =10 kΩ et C=4700 µF la courbe suivante :

$0,37 \times E$
$= 0,37 \times 4,8$
$= 1,8$ V



$\tau = 47$ s

La décharge n'est pas .instantanée.., elle dépend du choix de la valeur de résistance et de la valeur de la capacité C du condensateur.

On a toujours un temps caractéristique de la décharge du condensateur τ

$\tau = R \times C$
- R exprimé en .Ω. (ohm)
- C exprimée en …F…
- τ exprimée en …s… (Ω . F)

Information données par la valeur de τ

- à t = τ le condensateur est déchargé à .37. % (u_C = .0,37 × E.)
- à t = 3×τ le condensateur est déchargé à 95 %
- à t = 5×τ le condensateur est déchargé à 99%

Selon la précision souhaitée, on peut considérer que le condensateur est **déchargé** au bout d'une durée égale **5×τ.**

Généralement on considère qu'un condensateur est totalement déchargé au bout de .5.τ

à $t = \tau$; $u_C(\tau) = E\, e^{-RC/RC}$
$= E \times e^{-1}$
$= 0,37 \times E$

à $t = 5\tau$ $u_C(5\tau) = E\, e^{-5RC/RC}$
$= E\, e^{-5}$
$= 0,01 \times E$

Exercice : Déterminer la valeur de τ de 2 manières

Calcul de τ

$\tau = R \times C = 10.10^3 \times 4700 \cdot 10^{-6}$
$= 47$ s

Méthode graphique :

$0,37 \times E = 0,37 \times 4,8 = 0,18$ V

Graphiquement, on lit
$\tau = 47$ s