	Lycée Joliot Curie à 7	*PHYSIQUE- Chapitre 4*	Classe de Ter Spé φχ
	Cours n°4	**« Décrire un mouvement»**	

Les compétences à acquérir	
- Définir le vecteur vitesse comme la dérivée du vecteur position par rapport au temps et le vecteur accélération comme la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps. - Établir les coordonnées cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération à partir des coordonnées du vecteur position et/ou du vecteur vitesse. - Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré, circulaire, circulaire uniforme. *Réaliser et/ou exploiter une vidéo ou une chronophotographie pour déterminer les coordonnées du vecteur position en fonction du temps et en déduire les coordonnées approchées ou les représentations des vecteurs vitesse et accélération.*	

L'objectif de cette partie de la physique est d'étudier le mouvement d'un objet au cours du temps.
Pour cela, il faudra connaître 3 vecteurs:

- le **vecteur position $\overrightarrow{OG}$ (t)** au cours du temps (le point G étant le centre d'inertie de l'objet)
- Le **vecteur vitesse $\vec{v}$ (t)** de ce point G
- Le **vecteur accélération $\vec{a}$ (t)** du point G

I- Quels sont les outils pour décrire un mouvement ?

Pour décrire le mouvement d'un objet, on définit :

- Le système étudié : Les systèmes de faible dimension par rapport à leur déplacement sont représentés par un point on parle de .centre de gravité
- Le référentielle : C'est un solide de référence par rapport auquel on définit le mouvement d'un point.

Exemple :

	Le VTTiste ..est immobile........ par rapport au référentiel vélo. Le VTTiste ..est en mouvement..... par rapport au référentiel route. Le mouvement dépend du ...référentiel choisi........

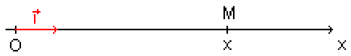
Quelques exemples de référentiels

- Le référentiel ..héliocentrique.......... : c'est le référentiel lié au centre du Soleil. Ce référentiel est bien adapté à l'étude du mouvement des planètes, des sondes spatiales etc…

- Le référentiel ...géocentrique..........: c'est le référentiel lié au centre de la Terre, et qui ne tient donc pas compte de la rotation de la Terre autour d'elle-même. Il est bien adapté à l'étude du mouvement de la Lune et des satellites de la Terre.

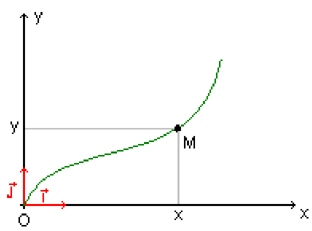
- Le référentiel .....terrestre....................: c'est le référentiel lié à la surface de la Terre. Ce qu'on appelle couramment le référentiel du laboratoire en fait partie. Il est bien adapté à l'étude des mouvements de courte durée des objets sur la Terre.

A chaque référentiel on associe **un repère** pour décrire la position d'un mobile :



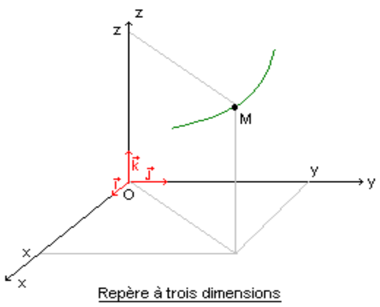
Repère à une dimension

Le mouvement de M s'effectue sur une droite



Repère à deux dimensions

Le mouvement de M s'effectue dans un plan



Repère à trois dimensions

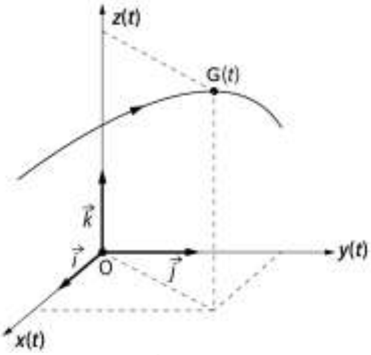
Le mouvement de M s'effectue dans l'espace

De plus à chaque référentiel on associe **une horloge** qui décrit **la** ....date...t....... d'un événement et **la** ..durée...Δt....... de cet événement.
La durée du mouvement est notée ...Δt..

II- Les 3 vecteurs $\overrightarrow{OG}$ (t), $\vec{v}$ (t) et $\vec{a}$ (t)

1- Le vecteur position $\overrightarrow{OG}$ (t) :

Le point G à un instant t est repéré dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) par le vecteur $\overrightarrow{OG}$



Coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ (t) $\begin{cases} OG_x(t) = x(t) \\ OG_y(t) = y(t) \\ OG_z(t) = z(t) \end{cases}$

on peut aussi l'écrire sous la forme

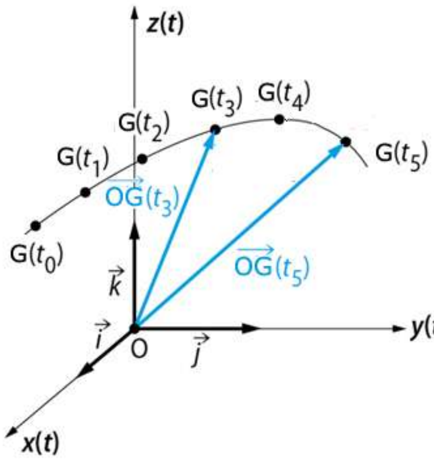
$\overrightarrow{OG}$ (t) = $x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j} + z(t)\,\vec{k}$

La trajectoire est l'ensemble des positions successives occupées par un point au cours du temps

{ . droite
. cercle
. courbe

2- Coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ (t) du point G :

Une **variation de vecteur position $\overrightarrow{OG}$ dans le temps** entraîne une vitesse



Le vecteur vitesse est défini, dans un premier temps, par la relation :

$$\vec{v}\,(t) = \frac{\Delta \overrightarrow{OG}}{\Delta t}$$

Si maintenant Δt tend vers zéro alors le vecteur vitesse correspond à la dérivée en ce point du vecteur $\overrightarrow{OG}$ par rapport au temps

$$\vec{v}\,(t) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OG}}{\Delta t}$$

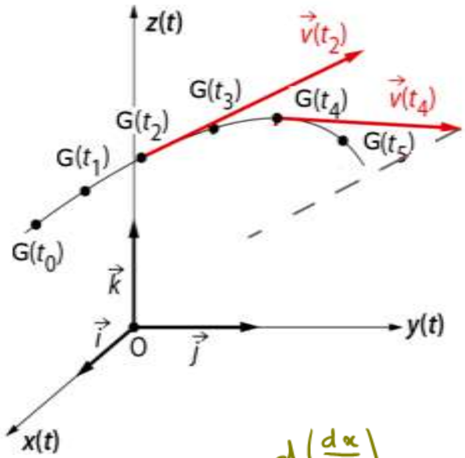
donc les coordonnées $\vec{v}$ (t) sont $\begin{cases} v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} \\ v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} \\ v_z(t) = \dfrac{dz(t)}{dt} \end{cases}$

la valeur (la norme) $v_{(t)} = \|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t) + v_z^2(t)}$

Remarque :

3- Coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ (t) du point G :

Une variation du vecteur vitesse $\vec{v}$ (t) dans le temps entraîne une accélération



Le vecteur accélération est défini dans un premier temps par la relation :

$$\vec{a}\,(t) = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

Si maintenant Δt tend vers zéro alors le vecteur accélération correspond à la variation du vecteur $\vec{V}$ par rapport au temps :

$$\vec{a}\,(t) = \frac{d\vec{V}(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

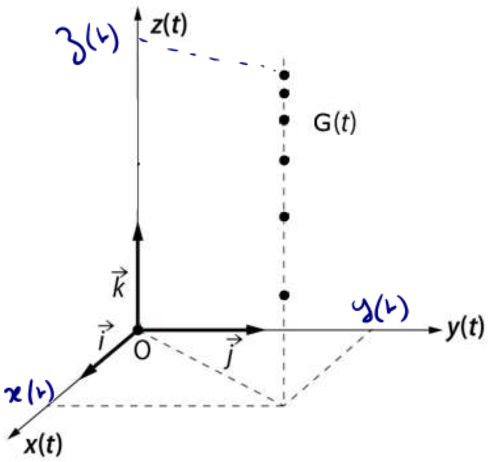
dérivée seconde $a_x = \dfrac{d\left(\frac{dx}{dt}\right)}{dt}$

Donc ses coordonnées sont $\vec{a}$ (t) $\begin{cases} a_x(t) = \dfrac{dv_x(t)}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} \\ a_y(t) = \dfrac{dv_y(t)}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt^2} \\ a_z(t) = \dfrac{dv_z(t)}{dt} = \dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$

la valeur (la norme) a = $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2(t) + a_y^2(t) + a_z^2(t)}$

III- Comment déterminer les vecteurs vitesse et accélération :

1- Si on connait les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ au cours du temps :



Considérons un objet en chute libre !

Chute libre : Un objet est dit en chute libre s'il n'est soumis qu'à son poids, les autres forces sont négligées.

Remarque : Décrire le mouvement
C'est connaître les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OG}$, $\vec{v}$ et $\vec{a}$ au cours du temps.

Coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ (t)
$$\begin{cases} x(t) = 4 \\ y(t) = 5 \\ z(t) = 4{,}4 \times t^2 + 3t + 7 \end{cases}$$

On en déduit les coordonnées du vecteur vitesse

la dérivée d'une constante est nulle

donc les coordonnées $\vec{v}$ (t) sont
$$\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = 4{,}4 \times 2t + 3 = 8{,}8 \times t + 3 \end{cases}$$

la valeur (la norme) v $= \sqrt{0^2 + 0^2 + (8{,}8t + 3)^2} = 8{,}8t + 3$

puis on en déduit les coordonnées du vecteur accélération :

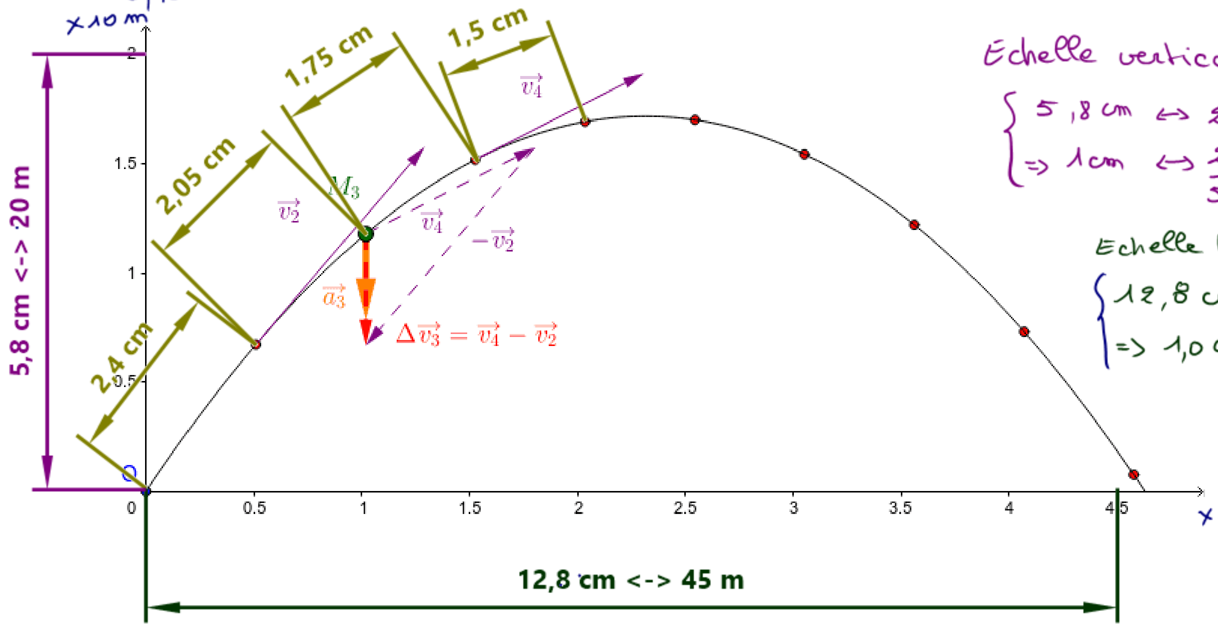
Donc ses coordonnées sont $\vec{a}$ (t)
$$\begin{cases} a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ a_z(t) = \frac{dv_z}{dt} = 8{,}8 \end{cases}$$

Dans tous les exercices, il y a au moins 1 coordonnée qui est nulle

la valeur (la norme) a $= \sqrt{0^2 + 0^2 + 8{,}8^2} = 8{,}8\ m/s^2$

2-Si l'on a un enregistrement du mouvement (une vidéo par exemple) :

Considérons un objet lancé dont on repère le centre d'inertie représenté par les points M_1,M_2 , … à intervalle de temps τ = ~~40 ms~~ 0,40 s



Echelle verticale
$\begin{cases} 5{,}8\ cm \leftrightarrow 20\ m \\ \Rightarrow 1\ cm \leftrightarrow \frac{20}{5{,}8} = 3{,}5\ m \end{cases}$

Echelle horizontale
$\begin{cases} 12{,}8\ cm \leftrightarrow 45\ m \\ \Rightarrow 1{,}0\ cm \leftrightarrow \frac{45}{12{,}8} = 3{,}5\ m \end{cases}$

Echelle horizontale et verticale des distances
1 cm sur la feuille correspond à 3,5 m en réalité

Construction des vecteurs vitesses et accélérations	

Vecteur vitesse $\overrightarrow{V_2}$

$$V_2 = \frac{M_1M_2 + M_2M_3}{2\tau}$$

Mesure de $M_1M_2 + M_2M_3$ en tenant compte de l'échelle

$$M_1M_2 + M_2M_3 = (2,4 + 2,05) \times 3,5 = 15,6 \text{ m}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{15,6}{2 \times 0,40} = 19,5 \text{ m/s}$$

Vecteur vitesse $\overrightarrow{V_4}$

$$V_4 = \frac{M_3M_4 + M_4M_5}{2\tau}$$

Mesure de $M_3M_4 + M_4M_5$ en tenant compte de l'échelle

$$M_3M_4 + M_4M_5 = (1,75 + 1,5) \times 3,5 = 11,4 \text{ m}$$

$$\Rightarrow V_4 = \frac{11,4}{2 \times 0,40} = 14,3 \text{ m/s}$$

Pour tracer les vecteurs vitesses, il faut définir une échelle des vitesses :
prenons : 1 cm $\leftrightarrow$ 5,7 m/s

Calcul des longueurs des vecteurs $\ell_{\overrightarrow{V_2}}$ et $\ell_{\overrightarrow{V_4}}$

$$\begin{cases} 1 \text{ cm} \leftrightarrow 5,7 \text{ m/s} \\ \ell_{\overrightarrow{V_2}} \leftrightarrow 19,4 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \ell_{\overrightarrow{V_2}} = \frac{1 \times 19,4}{5,7} = 3,4 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} 1 \text{ cm} \leftrightarrow 5,7 \text{ m/s} \\ \ell_{\overrightarrow{V_4}} \leftrightarrow 14,3 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \ell_{\overrightarrow{V_4}} = \frac{1 \times 14,3}{5,7} = 2,5 \text{ cm}$$

Les 2 vecteurs $\overrightarrow{V_2}$ et $\overrightarrow{V_4}$ sont tracés

Tracé du vecteur accélération $\overrightarrow{a_3}$ au point G_3

on a $$\overrightarrow{a_3} = \frac{\Delta\overrightarrow{V_3}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{V_4} - \overrightarrow{V_3}}{2\tau}$$

- Traçons le vecteur $\Delta\overrightarrow{V_3} = \overrightarrow{V_4} - \overrightarrow{V_2}$ au point G_3
- Mesurons la longueur du vecteur $\Delta\overrightarrow{V_3}$

$$\ell_{\overrightarrow{V_3}} = 1,45 \text{ cm}$$

D'après l'échelle des vitesses

$$\begin{cases} 1 \text{ cm} \leftrightarrow 5,7 \text{ m/s} \\ \ell_{\Delta\overrightarrow{V_3}} \leftrightarrow \Delta V_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta V_3 = \frac{\ell_{\Delta\overrightarrow{V_3}} \times 0,57}{1} = \frac{1,45 \times 5,7}{1}$$

$$\Rightarrow \Delta V_3 = 8,3 \text{ m/s} \quad (\text{Norme de } \Delta V_3)$$

On en déduit la norme de a_3

$$a_3 = \frac{\Delta V_3}{2\tau} = \frac{8,3}{2 \times 0,40} \simeq 10,1 \text{ m/s}^2 = g$$

Pour dessiner le vecteur $\overrightarrow{a_3}$ au point G_3, il faut définir une échelle des accélerations

Prenons 1 cm $\leftrightarrow$ 9, m/s²

$$\Rightarrow \ell_{\overrightarrow{a_3}} \leftrightarrow 10,1 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow \ell_{\overrightarrow{a_3}} = \frac{1 \times 10,1}{9,0} = 1,1 \text{ cm}$$

Le vecteur $\overrightarrow{a_3}$ est déjà tracé

> En réalisant les mêmes calculs aux points $G_4, G_5, \ldots$ on trouve une accélération $a \simeq 10 \text{ m/s}^2$

Remarque :

$$\vec{a} \begin{cases} \text{Direction : droite verticale} \\ \text{sens : vers le bas} \end{cases}$$

Pourquoi ?

La seconde loi de newton appliquée à l'objet permet d'écrire

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

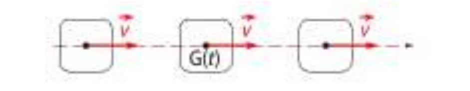
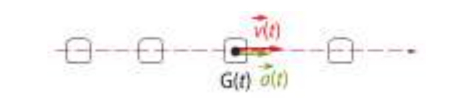
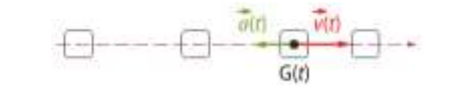
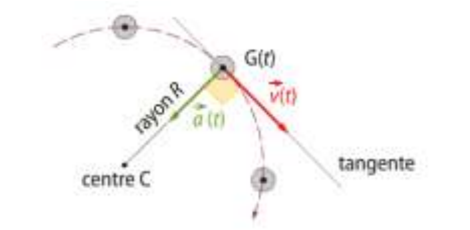
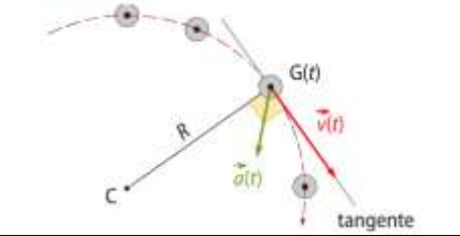
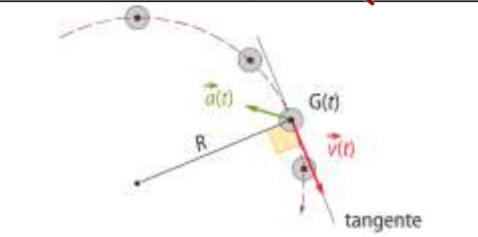
$$\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \quad \Big\{ \vec{a} \text{ et } \vec{P} \text{ sont colinéaires}$$

$m > 0$ donc $\vec{P}$ et $\vec{a}$ même direction et même sens

$$\Rightarrow \cancel{m}\vec{g} = \cancel{m}\vec{a}$$

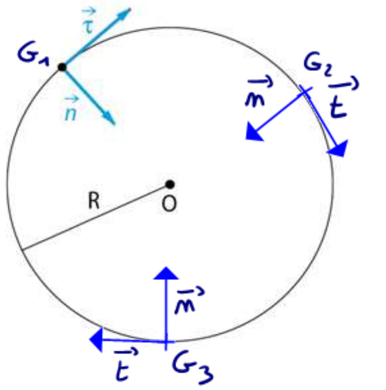
$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \begin{cases} \text{2 vecteurs égaux :} \\ \text{- même direction : verticale} \\ \text{- même sens : vers le bas !} \\ \text{- même norme : } a = g \simeq 10 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

IV- Description de quelques mouvements

	Mouvement rectiligne uniforme	rectiligne : la trajectoire est une droite uniforme : V = constante
	Mouvement rectiligne accéléré	rectiligne : la trajectoire est une droite accéléré : $\vec{a}\cdot\vec{v} > 0$
	Mouvement rectiligne ralenti	rectiligne : la trajectoire est une droite accéléré : $\vec{a}\cdot\vec{v} < 0$
		
Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire accéléré	Mouvement circulaire ralenti
circulaire : la trajectoire est 1 cercle uniforme : V = constante	circulaire : la trajectoire est 1 cercle	circulaire : la trajectoire est 1 cercle

⚠ pas le $\vec{V}$ ≠ constant

V- Un mouvement particulier : Le mouvement circulaire uniforme



Le mouvement étant circulaire et uniforme, traçons le vecteur vitesse en plusieurs points

Si on prend repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ il va être très difficile de trouver les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération.

On choisit donc un autre repère, le repère de ………………

- Le centre du repère est le point ….
- 2 vecteurs unitaires :
  - $\vec{t}$: vecteur unitaire dans le sens du mouvement
  - $\vec{n}$: vecteur unitaire dirigé vers le centre …. de la trajectoire

Ce repère est donc mobile…. et suit l'objet qui tourne

Exprimons les coordonnées du vecteur vitesse dans ce repère pour un mouvement circulaire uniforme :

$$\vec{v}(t)\begin{cases} v_t(t) = V \\ v_n(t) = 0 \end{cases}$$

$$\vec{V} = V \times \vec{t} + 0 \times \vec{m} = V \times \vec{t}$$

le vecteur vitesse est un vecteur tangent à la trajectoire comme le vecteur $\vec{t}$

$\vec{V}$ et $\vec{t}$ sont colinéaires

Exprimons les coordonnées du vecteur accélération dans ce repère

Dans le repère de Frenet $(O, \vec{t}, \vec{n})$, l'accélération $\vec{a}$, dans un mouvement quelconque, a pour expression générale :

$$\vec{a} = \frac{dV}{dt} \times \vec{t} + \frac{V^2}{R} \times \vec{m}$$

R : rayon du cercle

Coordonnées du vecteur accélération dans un mouvement circulaire uniforme :

$$\vec{a}(t)\begin{cases} a_t(t) = \frac{dV}{dt} \\ a_n(t) = \frac{V^2}{R} \end{cases}$$

or le mouvement est circulaire uniforme.

uniforme : V est constant (la norme mais pas le vecteur)

$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{a}(t) = \frac{V^2}{R}\vec{m} \Rightarrow a = \frac{V^2}{R}$ = constante

Exemples de mouvement circulaire uniforme :

……

……