



CORRECTION EXERCICES Cours n°4

« Décrire un mouvement »

Exercice 11:



Coordonnées du vecteur position $\vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = 3,39 \times t \\ y(t) = -4,9 \times t^2 + 5,87 \times t + 2,0 \end{cases}$

1-a : Coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}(t)$

on a $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{OG}(t)}{dt}$

donc $\vec{V}(t) \begin{cases} V_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 3,39 \\ V_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = -4,9 \times 2t + 5,87 + 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (3,39t)' = 3,39 \\ (t^2)' = 2t \end{cases}$

les coordonnées du vecteur vitesse sont

$\vec{V}(t) \begin{cases} V_x(t) = 3,39 \\ V_y(t) = -9,8t + 5,87 \end{cases}$

1-b à $t = 1,0s$; les coordonnées du vecteur vitesse sont

$\vec{V}(t=1,0s) \begin{cases} x(t=1s) = 3,39 \\ y(t=1,0s) = -9,8 \times (1,0)^2 + 5,87 = -3,93 \end{cases}$

donc la valeur de $V(t=1,0s)$ est

$V(t=1,0s) = \sqrt{V_x^2(t=1,0s) + V_y^2(t=1,0s)}$
 $= \sqrt{3,39^2 + (-3,93)^2} = 5,2 \text{ m/s}$

2-a : Expression des coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}(t)$

On a $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}(t)}{dt}$ donc $\vec{a}(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -9,8 \end{cases}$

2-b : les coordonnées de $\vec{a}(t)$ ne dépendent pas de t . Le vecteur $\vec{a}(t)$ est un vecteur constant.

2-c : Calcul de la valeur de $a(t)$

$a(t) = \sqrt{a_x^2(t) + a_y^2(t)} = \sqrt{0^2 + (-9,8)^2} = 9,8 \text{ m/s}^2$

Exercice n°12 :

C'est le même exercice mais le vecteur position est présenté différemment

$\vec{OG}(t) = \left(-\frac{1}{2}gt^2 + V_0t + h \right) \vec{k}$

L'objet est lancé vers le haut avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ puis il redescend

1-a : Expression des coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}(t)$

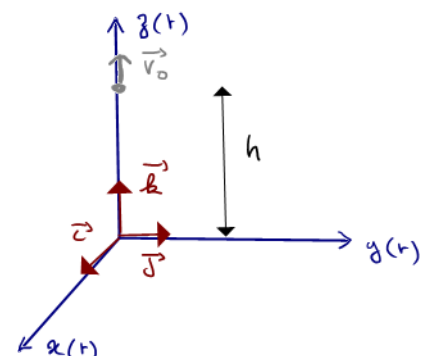
on a $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{OG}(t)}{dt}$

donc $\vec{V}(t) \begin{cases} V_x(t) = 0 \\ V_y(t) = 0 \\ V_z(t) = -gt + V_0 \end{cases}$

1-b

Nous remarquons que à l'instant t_1 le vecteur vitesse $V(t_1) = 0$

$\Rightarrow -gt_1 + V_0 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{V_0}{g}$ d'objet est au point de redescendre

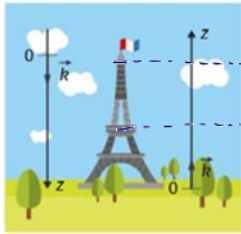


2. Expression de l'accélération $\vec{a}(t)$

on a $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases} \Rightarrow a = g = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

L'accélération est constante.

Exercice 15



On nous donne la coordonnée, selon l'axe (Oz) , du centre G d'un objet

$$z(t) = -\frac{a}{2}t^2 + h_3$$

1. Choix du repère

- d'axe de gauche : $\bar{a} \ t=0$ l'objet est à la hauteur h_3
ou $z(0) = 0$ d'après le repère.
- d'axe de droite : $\bar{a} \ t=0$ l'objet est à la position $z(0) = h_3$ c'est donc l'axe de gauche

2. Expression de $v_z(t)$

On a $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OG}(t)}{dt} \Rightarrow \vec{v}(t) = \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -at \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(-\frac{a}{2}t^2\right)' = -\frac{a}{2} \times 2t \\ = -at \end{array} \right.$

3. $\bar{a} \ t=0$ l'objet est à la hauteur $z(0) = -\frac{a}{2} \times 0 + h_3 = h_3$ (3^e étage)
et $v_z(0) = -a \times 0 = 0$: l'objet est lâché sans vitesse initiale

Lorsque l'objet atteint le 2^e étage : $z(t_2) = h_2$

donc $z(t_2) = -\frac{a}{2}t_2^2 + h_3 = h_2$
 $\Rightarrow t_2^2 = -\frac{2}{a}(h_2 - h_3) \Rightarrow t_2 = \sqrt{-\frac{2}{a}(h_2 - h_3)} = \sqrt{\frac{2}{a}(h_3 - h_2)}$
 $\Rightarrow v_z(t_2) = -a \sqrt{\frac{2}{a}(h_3 - h_2)}$
 $= -\sqrt{a^2 \times \frac{2}{a}(h_3 - h_2)} = -\sqrt{2a(h_3 - h_2)} = v_z(t_2)$

3. Expression de la durée de chute

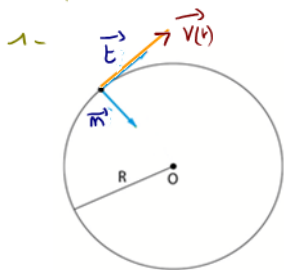
Expression de l'instant t_f tel que $z(t_f) = 0$. L'objet est au sol

$\Rightarrow z(t_f) = -\frac{a}{2}t_f^2 + h_3 = 0$
 $\Rightarrow -\frac{a}{2}t_f^2 = -h_3 \Rightarrow t_f^2 = \frac{2h_3}{a} \Rightarrow t_f = \sqrt{\frac{2h_3}{a}}$

La durée de chute Δt est donc

$$\Delta t = t_f - t_0 = \sqrt{\frac{2h_3}{a}} - 0 = \sqrt{\frac{2h_3}{a}}$$

Exercice 20 :



Repère de Frenet : $\vec{t}$ vecteur unitaire tangentiel à la trajectoire et dans le sens du mouvement

$\vec{m}$: vecteur unitaire normal dirigé vers le centre de la trajectoire

Le manège est animé d'un mouvement circulaire uniforme.

$\Rightarrow V = \text{constante}$ mais $\vec{v} \neq \text{constant}$

2.

Calcul de la valeur de la vitesse V

$$V = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{durée du parcours}}$$

{ de manège effectue 1 tour en une durée $\Delta t = 2,40 \text{ s}$
Il parcourt donc une distance égale au périmètre $2\pi R$

$$\Rightarrow V = \frac{2\pi R}{\Delta t} = \frac{2\pi \times 16,0}{2,40}$$

$$\Rightarrow V = 41,3 \text{ m/s}$$

2.b

Vecteur vitesse dans le repère de Frenet

$$\vec{v}(t) = V \times \vec{t}$$

{ Vecteur accélération $\vec{a}$
on a $\vec{a} = \frac{dV}{dt} \vec{t} + \frac{V^2}{R} \vec{m}$ avec $V = \text{constante}$ donc $\frac{dV}{dt} = 0$
 $\Rightarrow \vec{a} = \frac{V^2}{R} \vec{m}$ le vecteur $\vec{a}$ est normal

3. $R = 4 \text{ m}$

$$V' = \frac{2\pi R'}{\Delta t} = \frac{2\pi \times 4}{2,40} = 10,5 \text{ m/s} \approx \frac{V}{4}$$

Exercice 23

a.

Coordonnées du vecteur position $\vec{OG}(t)$

aussi appelées équations horaires

Pour pouvoir additionner des grandeurs entre elles, elles doivent avoir les mêmes unités

$$\begin{array}{c} \frac{\text{m}}{x(t)} = \underbrace{1,50 t^2}_{\substack{\downarrow \\ \text{m/s}^2 \times \text{s}^2}} + \underbrace{8,33}_{\downarrow \text{m}} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \frac{\text{m}}{y(t)} = \underbrace{2,50 t^3}_{\substack{\downarrow \\ \text{m/s}^3 \times \text{s}^3}} - \underbrace{5,72 \times t}_{\substack{\downarrow \\ \text{m/s} \times \text{s}}} \end{array}$$

b. $t = 0 \text{ s}$; Position $\vec{OG}(0)$

$$\begin{aligned} x(0) &= 1,50 \times 0^2 + 8,33 \\ &= 8,33 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(0) &= 2,50 \times 0^3 - 5,72 \times 0 \\ &= 0 \text{ m} \end{aligned}$$

c. Coordonnées du vecteur vitesse

$$\text{on a } \vec{v}(t) = \frac{d\vec{OG}(t)}{dt} \Rightarrow \vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = 1,50 \times 2t + 0 = 3,00 \times t \\ v_y(t) = 2,50 \times 3t^2 - 5,72 = 7,50 t^2 - 5,72 \end{cases}$$

d) Coordonnées du vecteur $\vec{a}(t)$

$$\text{on a } \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \Rightarrow \vec{a}(t) \begin{cases} a_x(t) = 3,00 \\ a_y(t) = 7,5 \times 2t - 0 = 15 t \end{cases}$$