COURS n°5

« Deuxième loi de Newton - Mouvement dans un champ »

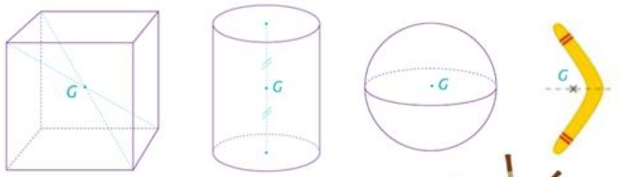
Les compétences à acquérir
- Centre de masse d'un système.
- Justifier qualitativement la position du centre de masse d'un système, cette position étant donnée.
- Équilibre d'un système
- Deuxième loi de Newton. Référentiel galiléen.
- Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme.
- Champ électrique créé par un condensateur plan.
- Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.
- Montrer que le mouvement dans un champ uniforme est plan.
- Établir et exploiter les équations horaires du mouvement. ainsi que l'équation de la trajectoire.
- Discuter de l'influence des grandeurs physiques sur les caractéristiques du champ électrique créé par un condensateur plan, son expression étant donnée.
- Principe de l'accélérateur linéaire de particules chargées.
- Décrire le principe d'un accélérateur linéaire de particules chargées.
- Aspects énergétiques. Exploiter la conservation de l'énergie mécanique ou le théorème de l'énergie cinétique dans le cas du mouvement dans un champ uniforme.

Utiliser des capteurs ou une vidéo pour déterminer les équations horaires du mouvement du centre de masse d'un système dans un champ uniforme. Étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique

I- Les lois d'Isaac Newton :

1- Le centre de masse d'un système :

Le centre de masse G d'un système est le point où se situe la position moyenne de la masse du corps.



Il correspond au point central de toutes les masses constituant le système.
Dans un **champ de pesanteur uniforme**, le centre de masse se situe au centre de gravité (c'est pour cela qu'il est généralement nommé G) qui est le barycentre des masses.

Si le **système est homogène** alors le centre de masse se situe au centre de symétrie..... du système.
Le centre de masse G d'un système est le point qui décrit la trajectoire .la...plus simple. lorsque le système est en mouvement.

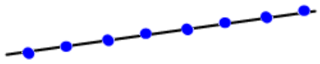
2- Qu'est ce qu'un référentiel Galiléen ?

Par définition, un référentiel est dit Galiléen si, dans ce référentiel .la.première loi de Newton (appelée aussi principe d'inertie)........... s'applique.

Si les forces se compensent $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$
alors $\vec{v}$ = constant (vecteur constant)

si $\vec{v} = \vec{0}$ alors le système est ..immobile.......

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ alors le système est .en...mouvement........
rectiligne...uniforme..



3- La fameuse seconde loi de Newton !

Pour un système de **masse constante**, dans un <u>référentiel galiléen</u>, la somme vectorielle des forces modélisant les actions mécaniques exercées sur le système est égale au produit de la masse du système par le vecteur accélération de son centre de masse :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \text{ou} \quad \sum \vec{F}_{ext} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{car} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

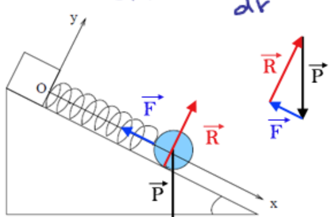
Remarques :
- Si les forces se compensent alors $=\vec{0}$. D'après la seconde loi de Newton $\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$
donc $\vec{v}$ = constant

- un objet est immobile c'est-à-dire à l'équilibre

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$

$\vec{P} = m\vec{g}$: le poids
$\vec{R}$: réaction du support
$\vec{F}$: force exercée par le ressort sur l'objet



Dans le film « Gravity », George Clooney est propulsé dans l'espace …
Ne subissant "aucune forces", il décrit un mouvement rectiligne uniforme sans pouvoir le changer

II- Quelle est la méthode pour décrire le mouvement d'un objet dans un champ de pesanteur ou dans un champ électrique?

Le plan de tous les exercices

1- Définir **le système { … } et le référentiel** terrestre supposé Galiléen.
2- Faire le **bilan de forces extérieures** appliquées au système**.**

Dans un champ de pesanteur $\vec{g}$	**Dans un champ électrique $\vec{E}$**
Seulement le poids $\vec{P}$ = $m\vec{g}$	**Seulement la force électrique $\vec{F}$ =** $q\vec{E}$

3- Trouver les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ en appliquant la seconde loi de Newton.
4- Définir les conditions initiales, à t= 0 s :

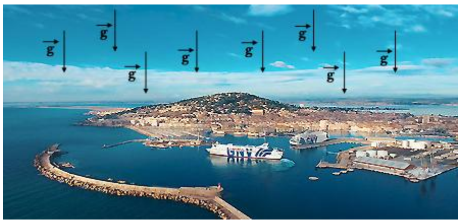
Coordonnées du vecteur vitesse à t = 0 s : $\vec{V_0}$
Coordonnées du vecteur position à t=0 s : $\overrightarrow{OG_0}$

5- Trouver les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ par une intégration des coordonnées du vecteur $\vec{a}(t)$ en tenant compte des conditions initiales. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

6- Trouver les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}(t)$ (équations horaires) par une intégration des coordonnées du vecteur $\vec{v}(t)$ en tenant compte des conditions initiales. $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

7- En déduire l'équation de la trajectoire z =f(y) ou y =f(x) selon le repère choisi.
8- Définir des points particuliers de la trajectoire : z_{max}, y_{max}

III- Cas d'un mouvement dans le champ de pesanteur uniforme :

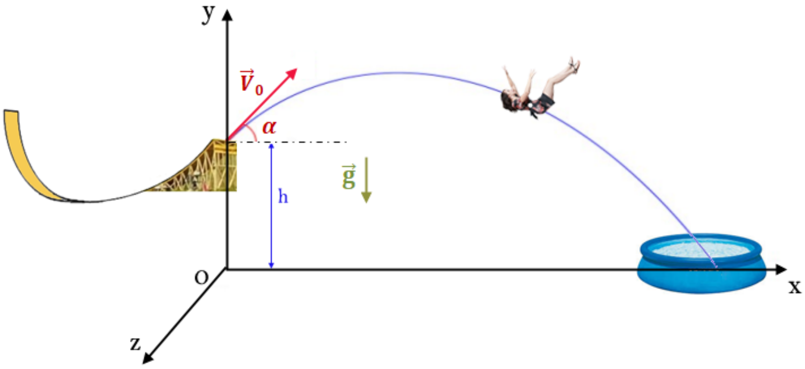


1-Champ de pesanteur :
Un champ de pesanteur est uniforme si en chaque point de l'espace le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ est un vecteur constant
C'est le cas au voisinage de la surface de la Terre.

2-Chute libre avec vitesse initiale :
Un objet est dit en **chute libre** s'il n'est soumis qu'à son poids………………
En terminale, nous négligerons toujours les forces de frottements et la poussée d'archimède……

3- Etude d'un mouvement parabolique :
Relevons le défi ! A quelle distance doit-on placer la piscine pour que la personne, projetée en l'air, arrive sans dommage ?

Une personne de masse m_p= 52 kg s'élance d'une rampe afin d'arriver dans une petite piscine distante de plusieurs dizaines de mètre. Les conditions initiales $\vec{V_0}$ et l'angle α ont été calculés avant la chute libre (il vaut mieux !)



Système étudié: { la personne….}
Référentiel choisi: terrestre……..

Bilan des forces : La personne est en chute libre, elle n'est donc soumise qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

On constate que, quelque soit t, z(t) = ..0.., le mouvement s'effectue dans le plan (Oxy)….
Tous les vecteurs auront une coordonnées sur l'axe (O,z) égale à zéro….
Appliquons la **seconde loi de Newton** :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

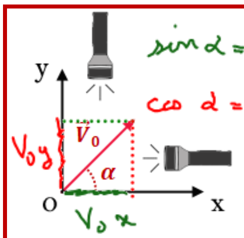
$\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \cancel{m}\vec{g} = \cancel{m}\vec{a}$

donc $\vec{a} = \vec{g}$

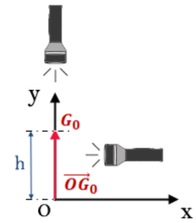
- Savoir trouver les coordonnées d'un vecteur :

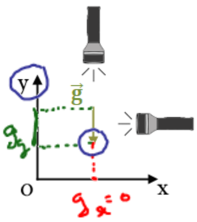
La coordonnée d'un vecteur sur un axe correspond à « l'ombre portée » du vecteur sur l'axe en dirigeant une « lampe torche » perpendiculairement à l'axe.
Attention, si le sens du vecteur à projeter sur un axe est contraire à celui de l'axe alors il faut ajouter un signe **–**

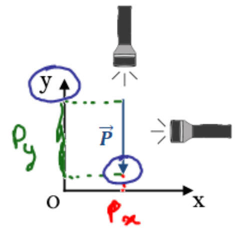


$\sin\alpha = \frac{V_{0x}}{V_0}$

$\cos\alpha = \frac{V_{0y}}{V_0}$







$$\vec{V}_0 \begin{pmatrix} V_{0x} = V_0 \sin\alpha \\ V_{0y} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0z} = 0 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{OG_0} \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = OG_0 = h \\ z_0 = 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{g} \begin{pmatrix} g_x = 0 \\ g_y = -g \\ g_z = 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{P} \begin{pmatrix} P_x = 0 \\ P_y = -P = -mg \\ P_z = 0 \end{pmatrix}$$

A t = 0 s, conditions initiales

- Coordonnées du vecteur accélération

$$\vec{a} = \vec{g} \qquad \vec{a} \begin{pmatrix} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \\ a_z = g_z = 0 \end{pmatrix}$$

donc a = $\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ ....

$= \sqrt{0^2 + (-g)^2 + 0^2} = g$

g est le champ de pesanteur mais aussi une accélération « rendre 2g lors d'un décollage

- Trouver les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}_{(t)}$ par une intégration des coordonnées du vecteur $\vec{a}_{(t)}$ en tenant compte des conditions initiales.

On a $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc par intégration on obtient

(cela veut dire que si on dérive les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}_{(t)}$ par rapport au temps obtient les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$)

$$\vec{v}_{(t)} \begin{pmatrix} v_x(t) = V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ v_y(t) = -gt + V_{0y} = -gt + V_0 \cos\alpha \\ v_z(t) = V_{0z} = 0 \end{pmatrix}$$

• Sur ox : $a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0$
Qu'est qui dérivé donne 0 ?
⇒ Une constante $V_{0x} = V_0 \cos\alpha$
• Sur oy $a_y = \frac{dV_y}{dt} = -g$
Qu'est qui dérivé donne $-g$?
⇒ $-gt + V_{0y} = -gt + V_0 \sin\alpha$
⇒ $V_y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha \times t + V_{0y}$

Espace Math
« Qu'est ce qui dérivé donne … ? »
$(?)' = 2 \rightarrow 2x$
Qu'est ce qui dérivé par rapport au temps donne…
$(?)' = 2 \rightarrow 2t + \text{constante}$
$(?)' = 0 \rightarrow \text{constante}$

- Trouver les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}_{(t)}$ (équations horaires) par une intégration des coordonnées du vecteur $\overrightarrow{v(t)}$ en tenant compte des conditions initiales.

On a $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc par intégration on ~~obtient~~

(cela veut dire que si on dérive les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}_{(t)}$ par rapport obtient les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$)

$$\overrightarrow{OG}_{(t)} \begin{pmatrix} x(t) = V_0 \cos\alpha \times t + x_0^{=0} \quad (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha\, t + y_0 \quad (2) \\ = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha \times t + h \\ z(t) = z_0 = 0 \end{pmatrix}$$

Sur ox
$V_x(t) = \frac{dx}{dt} = V_0 \cos\alpha$ C'est 1 constante
Qu'est qui dérivé donne $V_0 \cos\alpha = cte$?
$x(t) = V_0 \cos\alpha \times t + x_0$
$= V_0 \cos\alpha \times t + 0$

Espace Math
« Qu'est ce qui dérivé donne … ? »
$(?)' = 3x \rightarrow \frac{1}{2} \times 3x^2 + \text{constante}$
Dérivée par rapport au temps.
$(?)' = 3t \rightarrow \frac{1}{2} \times 3t^2 + \text{constante}$

Sur sur oy : $V_y(t) = \frac{dy}{dt} = -gt + V_0 \sin\alpha$
Qu'est ce qui dérivé donne $-gt + V_0 \sin\alpha$?
$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha \times t + y_0$ ← ne pas oublier
$= -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha \times t + h$

- En déduire l'équation de la trajectoire y =f(x) Il faut trouver une équation avec y et x sans que le temps n'intervienne ! On a :

(1) $x(t) = V_0 \cos\alpha \times t \Rightarrow t = \dfrac{x(t)}{V_0 \cos\alpha}$

On remplace t dans la relation 2

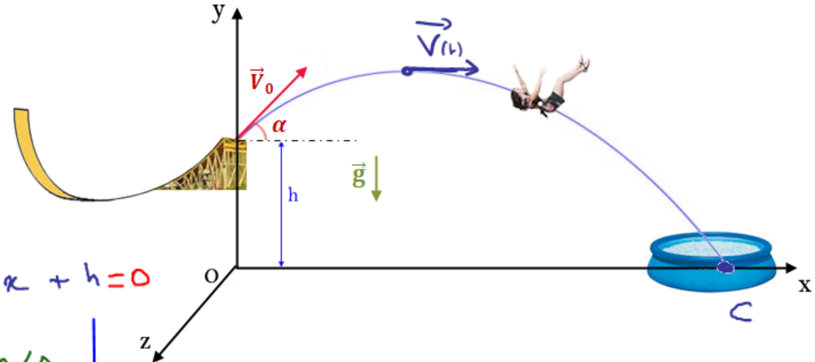
$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha}\right)^2 + \cancel{V_0} \sin\alpha \times \frac{x}{\cancel{V_0} \cos\alpha} + h$

$y = -\dfrac{g}{2 V_0^2 \cos^2\alpha} \times x^2 + \underbrace{\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}_{\tan\alpha} \times x + h$

Le temps n'intervient pas et c'est bien une parabole : $y = ax^2 + bx + c$

- Deux points particuliers sur la trajectoire: y = f(x)

• La portée x_{max} est le point d'abscisse maximale atteint (d = OC) C'est là où la piscine doit être posée !



Il faut résoudre l'équation

$y_C = -\dfrac{g}{2 V_0^2 \cos^2\alpha} \times x^2 + \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \times x + h = 0$

Prenons le cas où $V_0 = 20{,}0$ m/s et $\alpha = 45°$ et h = 5 m

$\dfrac{-9{,}81}{2 \times 20^2 \times \cos^2 45°} \times x^2 + \underbrace{\tan 45°}_{1} \times x + 5{,}0 = 0$

$-2{,}45 \cdot 10^{-2} x^2 + x + 5{,}0 = 0$

Polynôme du 2° degré à résoudre

$\Delta = 1^2 - 4 \times (-2{,}45 \cdot 10^{-2}) \times 5{,}0 = 1{,}49$

$\Rightarrow OC = \dfrac{-1 - \sqrt{1{,}49}}{2 \times (-2{,}45 \cdot 10^{-2})} = 25{,}9$ m

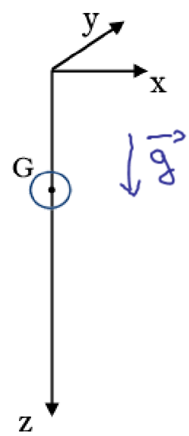
• La flèche est l'altitude maximale atteinte (y_{max}) : Au point B, la vitesse est horizontale c'est-à-dire $V_y(t) = 0$ Mais attention, la vitesse en B n'est pas nulle !

/ Non traité

4- Chute libre d'une bille de masse m sans vitesse initiale : $V_o = 0$ m/s

Sur la fiche exercice du cours, étudier le mouvement de la bille dont les conditions initiales sont différentes du mouvement précédent, en suivant le même plan

Réécrire les coordonnées des 3 vecteurs

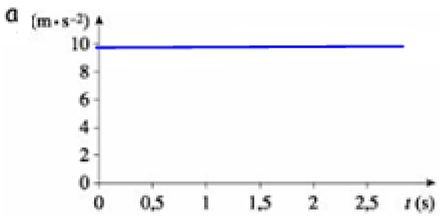


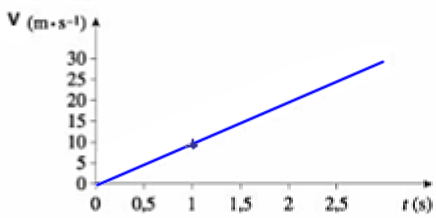
$\vec{g} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$

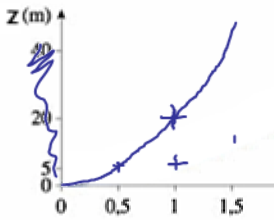
$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = 0 \\ a_z = g_z = -g \end{pmatrix}$ $\vec{v}(t) \begin{pmatrix} v_x(t) = V_{0x} = 0 \\ v_y(t) = V_{0y} = 0 \\ v_z(t) = -gt + V_{0z} = -gt \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OG}(t) \begin{pmatrix} x(t) = x_0 = 0 \\ y(t) = y_0 = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + z_0 = -\frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix}$

$a = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-g)^2} = g = 9{,}81$ m/s² v= $\sqrt{0^2 + 0^2 + (-gt)^2} = gt$ $OG(t) = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-\frac{1}{2}gt^2)^2}$ $z(t) = \frac{1}{2}gt^2$

Bilan







t = 0,5 s ⇒ z(0,5) = 1,25

z(1) ≈ 5 m

z(1,5) = 11 m

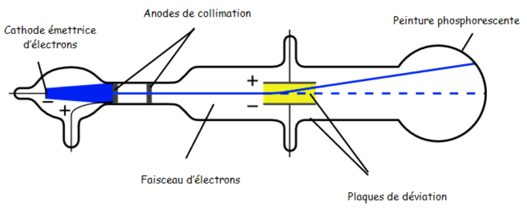
- l'accélération est constante: on dit alors que le mouvement est rectiligne accéléré
- v et t sont proportionnels la vitesse augmenterait indéfiniment au cours du temps ! A partir d'une certaine vitesse on ne peut plus négliger les forces de frottement

III- Cas d'un mouvement dans un champ électrique uniforme :

Document 1 : La deuxième expérience de Thomson

Le physicien anglais Joseph John Thomson utilisa un tube à vide, dans lequel une cathode émet des électrons. Ceux-ci sont accélérés dans un champ électrostatique créé par des anodes de collimation. À la sortie de ces anodes, les électrons forment un faisceau très étroit. Ce faisceau passe ensuite entre deux plaques métalliques de charges opposées. Les électrons, soumis à un nouveau champ électrostatique, sont alors déviés de leur trajectoire et viennent frapper un écran constitué d'une couche de peinture phosphorescente.

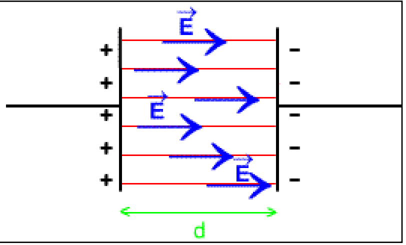
Tube utilisé par Thomson pour montrer la déviation de particules chargées par un champ électrostatique :



Document 2 : Création d'un champ électrostatique

Deux plaques métalliques horizontales portant des charges opposées possèdent entre elles un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ caractérisé par :

- sa direction : perpendiculaire aux plaques
- son sens : de la plaque chargée positivement vers la plaque chargée négativement. « l'eau coule toujours du + haut vers le – haut »



Document 3 : Force électrostatique subie par une particule chargée dans champ électrique $\vec{E}$

$$\boxed{\vec{F} = q \times \vec{E}}$$

Force subie par la particule chargée — Champ électrostatique — Charge de la particule

Pour un électron : q = - e ; pour un proton q = +e   e étant la charge élémentaire : e = 1,60.10^{-19} C

Document 4 : Interactions entre particules chargées

Deux particules de charges de même signe se repoussent ; deux particules de charges opposées s'attirent.

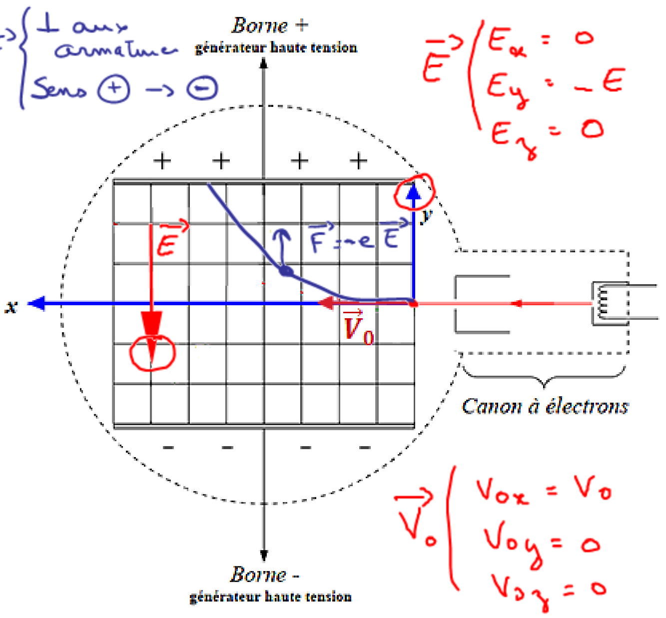
Document 5 : Expérience de laboratoire ; détermination du rapport e/m pour l'électron Le montage ci-dessous reprend le principe de la deuxième expérience de Thomson. Il comporte un tube à vide dans lequel un faisceau d'électrons est dévié entre deux plaques de charges opposées. On mesure la déviation verticale du faisceau d'électrons lors de la traversée des plaques sur une longueur L, afin de déterminer la valeur du rapport

Les électrons sortent du canon à électrons avec une vitesse $V_0 = 2{,}27 \times 10^7$ m.s^{-1}. Le faisceau d'électrons passe entre les deux plaques chargées et est dévié d'une hauteur h quand il sort des plaques. L'intensité du champ électrostatique entre les deux plaques est : E = 15,0 kV.m^{-1}. La longueur des plaques est : L = 8,50 cm.

On fait l'hypothèse que le poids des électrons est négligeable par rapport à la force électrostatique $\vec{F}$.

$\vec{E}$ { ⊥ aux armatures ; Sens ⊕ → ⊖

$\vec{E} \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -E \\ E_z = 0 \end{cases}$



$\vec{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = 0 \end{cases}$

Système étudié: { ..électron..... }
Référentiel choisi: ..terrestre......

Bilan des forces : le poids de l'électron est négligé $q_e = -e$

$\vec{F} = q_e \vec{E} = -e \times \vec{E}$

Après avoir exprimé la seconde loi de Newton, déterminez les coordonnées du vecteur accélération

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

$\Rightarrow -e\vec{E} = m\vec{a}$ $\Rightarrow \boxed{\vec{a} = -\frac{e}{m} \times \vec{E}}$

$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = -\frac{e}{m} E_x = 0 \\ a_y = -e/m\, E_y = +\frac{e}{m} E \\ a_z = -\frac{e}{m} E_z = 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{E} \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = -E \\ E_z = 0 \end{pmatrix}$

En déduire les coordonnées du vecteur vitesse On a $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ donc par intégration

$$\vec{v}_{(t)} \begin{pmatrix} v_x(t) = V_{0x} \\ v_y(t) = +\frac{e}{m}E \times t + \underbrace{V_{0y}}_{=0} \\ v_z(t) = \underbrace{V_{0z}}_{=0} \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{V}(t) \begin{cases} V_x(t) = V_0 \\ V_y(t) = \frac{eE}{m} \times t \\ V_z(t) = 0 \end{cases}$$

En déduire les coordonnées du vecteur position on a $\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ donc par une 2ème intégration

$$\vec{OG}_{(t)} \begin{pmatrix} x(t) = V_0 t + x_0 \\ y(t) = \frac{1}{2}\frac{eE}{m} \times t^2 + y_0 \\ z(t) = z_0 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = V_0 t \\ y(t) = \frac{eE}{2m} \times t^2 \\ z(t) = 0 \end{cases}}$$

équations horaires

Déterminez l'équation de la trajectoire y = f(x)

$x(t) = V_0 t \Rightarrow t = \frac{x(t)}{V_0}$

$\Rightarrow y = \frac{eE}{2m} \times \frac{x^2}{V_0^2} \Rightarrow \boxed{y = \frac{eE}{2mV_0^2} \times x^2}$

À la sortie des plaques, en x = L, la déviation verticale du faisceau d'électrons par rapport à l'axe (Ox) a une valeur h = 1,85 cm.

En déduire l'expression du rapport $\frac{e}{m}$ en fonction de E, L, h et V_0.

$h = \frac{eE}{2mV_0^2} \times L \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{2V_0^2 h}{E \times L}$

On donne les valeurs des grandeurs utilisées, avec les incertitudes associées
$V_0 = (2,27 \pm 0,02) \times 10^7$ m.s^{-1} ;
E = (15,0 ± 0,1) kV.m^{-1} ;
L = (8,50 ± 0,05) cm ;
h = (1,85 ± 0,05) cm ;

Donner la valeur du rapport $\frac{e}{m}$.

$\frac{e}{m} = \frac{2 \times (2,27 \cdot 10^7)^2 \times 1,85 \cdot 10^{-2}}{15,0 \cdot 10^3 \times 8,50 \cdot 10^{-2}} = 1,76 \cdot 10^{11}$ C.kg^{-1}

L'incertitude du rapport $\frac{e}{m}$, notée $U(\frac{e}{m})$, s'exprime par la formule suivante :

$$U(\frac{e}{m}) = \frac{e}{m}\sqrt{\left(\frac{U(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{U(E)}{E}\right)^2 + 4\left(\frac{U(V_0)}{V_0}\right)^2 + 4\left(\frac{U(L)}{L}\right)^2}$$

Calculer l'incertitude $U\left(\frac{e}{m}\right)$, puis exprimer le résultat de $\left(\frac{e}{m}\right)$ avec cette incertitude.

$U(\frac{e}{m}) = 1,76 \cdot 10^{11} \times \sqrt{\left(\frac{0,05}{1,85}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{15,0}\right)^2 + 4\left(\frac{0,02}{2,27}\right)^2 + 4\left(\frac{0,05}{8,50}\right)^2}$

$= 6 \times 10^9$ C.kg

! Les incertitudes sont toujours écrit à 1 CS

Conclusion

$\frac{e}{m} = (1,76 \pm 0,06) \cdot 10^{11}$ C.kg^{-1}

IV- Aspect énergétique dans un champ uniforme :

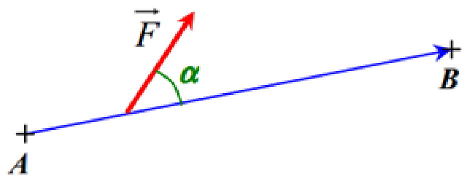
1- Enoncé du Théorème de l'énergie cinétique :

La variation d'énergie cinétique ΔE_c d'un système qui se déplace d'un point A à un point B **est égale à la somme des travaux des forces $\sum W_{AB}\ (\vec{F})$** qui s'appliquent sur le système lors de son déplacement.

$$\Delta E_c = E_c(final) - E_c(initial) = \sum W_{AB}(\vec{F})$$

2- Expression du travail d'une force constante telle:

Une force appliquée à un point matériel en mouvement peut lui communiquer (ou lui retirer) de l'énergie .



Une force $\vec{F}$ appliquée à un point matériel se déplaçant sur un trajet rectiligne $\overrightarrow{AB}$ fournit un travail noté $W_{AB}(\vec{F})$ (communique ou retire de l'énergie)
= produit scalaire des 2 vecteurs :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$
$$= F \times AB \times \cos(\overbrace{\vec{F},\overrightarrow{AB}}^{=\alpha})$$

avec
- $W_{AB}(\vec{F})$ en ...joule...J.......
- F en ..newton...N.....
- AB en ...mètre....m.....

Remarque :

Champ de pesanteur $W_{AB}(\vec{P})$

$W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$ ou $mg(y_A - y_B)$

$z_A - z_B = h$ étant la différence de hauteur entre les points A et B

Champ de électrique $W_{AB}(\vec{F})$

$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$

$W_{AB}(\vec{F}) = q\vec{E} \cdot \overrightarrow{AB} = qE \times AB \times \cos(\vec{E};\overrightarrow{AB})$

3- Conservation ou non conservation de l'énergie mécanique :

a- Conservation de l'énergie mécanique :

En l'absence de forces non-conservatives comme les forces de frottement, il y a conservation de l'énergie mécanique au cours du temps.

On a $E_m = E_c + E_{pp}$ avec l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ et l'énergie potentielle $E_p = mgz$

On peut écrire

$E_m(finale) = E_m(initiale)$

$\Leftrightarrow \Delta E_m = \Delta E_c(finale) + \Delta E_{pp}(finale) = 0$

$\Leftrightarrow \Delta E_m = E_c(finale) - E_c(initiale) + E_{pp}(finale) - E_{pp}(initiale) = 0$

$$\Leftrightarrow \Delta E_m = 0$$

Remarque :

Champ de pesanteur : énergie potentielle de pesanteur E_{pp}

$$E_{pp} = mgz$$

z étant l'altitude du point considéré

Champ de électrique : énergie potentielle électrique E_{pe}

$$E_{pe} = qV$$

V étant le potentiel électrique au point considéré avec $U_{AB} = V_A - V_{AB}$

b- Non conservation de l'énergie mécanique :

En présence de forces non-conservatives, l'énergie mécanique du système ne se conserve plus dans le temps. Quand l'énergie mécanique diminue, il y a dissipation d'énergie.

Lorsqu'un système est soumis à des forces non conservatives (telles que les forces de frottement) qui travaillent, alors son énergie mécanique ne se conserve pas. On peut écrire :

$E_m(finale) \neq E_m(initale) \neq constante$

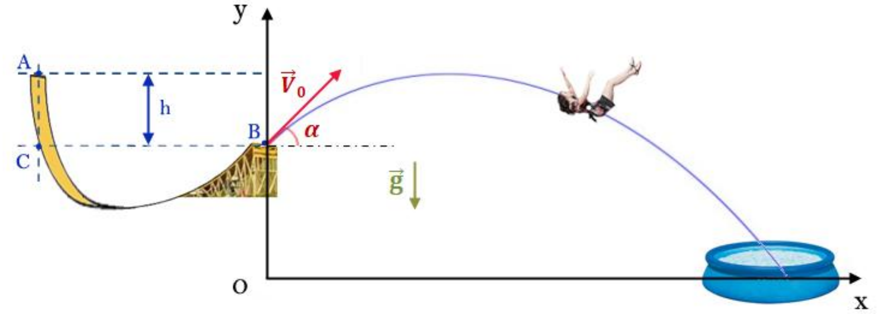
$\Leftrightarrow \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp} = \sum W_{AB}\ (\vec{F}_{non-conservatives})$

Dans l champ de pesanteur ; les forces non conservatives sont les forces de frottements $\vec{f}$
$\Delta E_m = W_{AB}(\vec{f})$

avec $\sum W_{AB}\ (\vec{F}_{non-conservatives})$: la somme des travaux des forces non conservatives s'appliquant sur le système (forces de frottement par exemple).

V- Application dans un champ de pesanteur et un champ électrique :

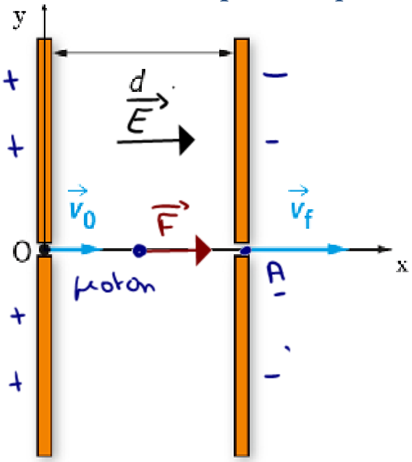
1- Dans un champ de pesanteur :



Pour finaliser notre expérience ! Calculez la hauteur h à laquelle la personne doit se lancer pour arriver dans la piscine.

Conservation de l'énergie mécanique	Théorème de l'énergie cinétique
Il y a conservation de l'énergie mécanique $\Delta E_m = 0$ $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp}$ $\Rightarrow E_c(B) - E_c(A) + E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = 0$ $\Rightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 + m g y_B - m g y_A = 0$ ⚠ $V_A = 0$ m/s $\Rightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 = m g_A - m g_B$ $\Rightarrow \cancel{m} g (y_A - y_B) = \frac{1}{2} \cancel{m} V_B^2$ $\Rightarrow g h = \frac{1}{2} V_B^2$ $\Rightarrow h = \frac{V_B^2}{2g}$	$\Delta E_c = \sum W_{AB}(\vec{F})$ {chute libre : que le poids $\Rightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = W_{AB}(\vec{P})$ ⚠ $V_A = 0$ m/s $\Rightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 - 0 = m g (z_A - z_B)$ $\Rightarrow \cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} V_B^2$ $\Rightarrow h = \frac{V_B^2}{2g}$

2- Dans un champ électrique : Accélérateur de particule



Un proton pénètre dans un condensateur plan constitué de 2 armatures avec une vitesse initiale perpendiculaire aux armatures. Dans ce condensateur plan règne un champ électrique uniforme E = 2,0 kV/m. **Le proton subit une accélération.**

Le poids $\vec{P}$ du proton est négligeable devant la force électrostatique $\vec{F}$ subie par une particule chargée dans champ électrique $\vec{E}$

Données :

$m_{proton} = 1{,}7.10^{-27}$ kg $\quad V_0 = 2{,}0.10^{3}$ m/s $\quad g = 9{,}81$ m/s²

$e = 1{,}60.10^{-19}$ C $\quad d = 18{,}0$ cm

a- Représenter, sans souci d'échelle, le vecteur $\vec{E}$ ainsi que le vecteur $\vec{F}$

b- Déterminez, en utilisant le théorème de l'énergie cinétique, la valeur de la vitesse V_f à la sortie du condensateur.

c- Etablir les équations horaires

d- Déterminer la date t_f à laquelle le proton sort du condensateur.

e- Retrouver la valeur de la vitesse V_f à la sortie du condensateur.

a - Representation des vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{E}$ dans le cas d'un proton qui est accéléré

$\vec{F} = q_p \times \vec{E}$ donc $\vec{F} = +e\vec{E}$

Les vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont colinéaires et de même sens.

De plus le proton est accéléré donc le sens de $\vec{F}$ est vers la sortie (la droite). Donc $\vec{E}$ aussi

L'armature de gauche est positive et celle de droite négative.

b) Calcul de V_f

Théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_c = \sum W_{OA}(\vec{F})$$ { Il n'y a que $\vec{F} = +e\vec{E}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_p V_f^2 - \frac{1}{2} m_p V_0^2 = W_{OA}(\vec{F})$$

$$\Rightarrow \quad = \vec{F} \cdot \vec{OA}$$

$$= F \times OA \times \cos(\widehat{\vec{F};\vec{OA}})$$

$$= eE \times d \times \underbrace{\cos(0)}_{=1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_p V_f^2 = \frac{1}{2} m_p V_0^2 + eEd$$

$$\Rightarrow V_f^2 = \frac{2}{m_p}\left(\frac{1}{2} m_p V_0^2 + eEd\right)$$

$$\Rightarrow V_f = \sqrt{V_0^2 + \frac{2eEd}{m_p}} = \sqrt{(2{,}0.10^3)^2 + \frac{2 \times 1{,}60.10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^3 \times 18{,}0.10^2}{1{,}7.10^{-27}}}$$

$$\Rightarrow V_f = 2{,}6.10^5 \text{ m/s}$$

C) Recherche des équations horaires du mouvement

système {proton} Référentiel terrestre

Seconde loi de Newton

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_p \times \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m_p \vec{a} \Rightarrow e\vec{E} = m_p \vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{e}{m_p} \times \vec{E}$$

$$\text{donc } \vec{a} \begin{cases} a_x = \dfrac{e}{m_p} \times E_x \\ a_y = \dfrac{e}{m_p} \times E_y \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = \dfrac{eE}{m_p} \\ a_y = 0 \end{cases}$$

$$\left\{ \vec{E} \begin{cases} E_x = E \\ E_y = 0 \end{cases} \right.$$

Conditions initiales

$$\vec{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases} \qquad \vec{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

Equations horaires du vecteur vitesse $\vec{V}(t)$

On a $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$; par intégration

$$\vec{V}(t) \begin{cases} V_x(t) = \dfrac{eE}{m_p} \times t + V_{0x} \\ V_y(t) = V_{0y} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}(t) \begin{cases} V_x(t) = \dfrac{eE}{m_p} \times t + V_0 \\ V_y(t) = 0 \end{cases}$$

Equations horaires du mouvement

On a $\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$, par intégration

$$\vec{OG}(t)\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\times\frac{eE}{m_p}\times t^2 + V_0 t + x_0 \\ y(t) = y_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{OG}(t)\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\times\frac{eE}{m_p}\times t^2 + V_0 t \\ y(t) = 0 \end{cases}$$

d) "Point particulier" : le point A

Au point A : $x_A = d$

donc $x(t_A) = \frac{1}{2}\times\frac{eE}{m_p}\times t_A^2 + V_0 t_A = d$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times\frac{eE}{m_p}\times t_A^2 + V_0 t_A - d = 0$$

{ polynome du 2° degré à resoudre

Méthode : passer au valeur numérique et resoudre

Valeur numérique

$$\frac{1}{2}\times\frac{1{,}60.10^{-19}\times 2{,}0.10^3}{1{,}7.10^{-27}}\times t_A^2 + 2{,}0.10^3\times t_A - 18.10^{-2} = 0$$

$$\Rightarrow 9{,}4.10^{10}\times t_A^2 + 2{,}0.10^3\times t_A - 18.10^{-2} = 0$$

Recherche des 2 racines

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2{,}0.10^3)^2 - 4\times 9{,}4.10^{10}\times(-18.10^{-2}) = 6{,}8.10^{10}$$

donc $t_A = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2{,}0.10^3+\sqrt{6{,}8.10^{10}}}{2\times 9{,}4.10^{10}} = 1{,}4.10^{-6}\ s$

$t'_A = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} < 0$ impossible

On en déduit $V(t_A) = V_f = \frac{eE}{m_p}\times t_A + V_0$

$$\Rightarrow V_f = \frac{1{,}60.10^{-19}\times 2{,}0.10^3}{1{,}7.10^{-27}}\times 1{,}4.10^{-6} + 2{,}0.10^3 = 2{,}6.10^5\ m/s$$

On retrouve bien la même valeur que précédement. OUF !