CORRECTION FICHE 1 EXERCICES COURS n°5

« Deuxième loi de Newton - Mouvement dans un champ »

Attention dans ces corrections les constantes k1,k2,k3, … correspondent « aux conditions initiales » c'est-à-dire aux coordonnées du vecteur $\vec{V_0}$ et $\overrightarrow{OG_0}$ soit V_{Ox}, V_{Oy} et V_{Oz} ou x_0,y_0 et z_0.

9 **1.** D'après la deuxième loi de Newton :
$m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}_0$, d'où $\vec{a} = \vec{g}_0$.

2. Dans le repère (O ; z), puisque $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$, on a $\dfrac{dv_z}{dt} = g_0$.

Par intégration, on en déduit un ensemble de primitives possibles :
$v_z(t) = g_0 \cdot t + k_1$, où k_1 est une constante à déterminer.
La connaissance de la vitesse initiale permet de trouver k_1 par identification :
$v_z(0) = g_0 \times 0 + k_1 = 0$ (vitesse initiale nulle), d'où $v_z(t) = g_0 \cdot t$.

De même, comme $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$, après intégration et en connaissant la position initiale O à $t = 0$ s, on a :
$z(t) = \dfrac{1}{2} g_0 \cdot t^2$

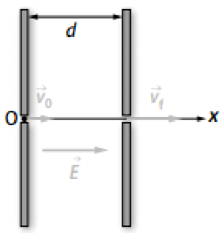
3. La trajectoire est rectiligne portée par l'axe (Oz), donc le mouvement de la bille est plan.

4. À l'instant t_C de l'impact, $z(t_C) = h$, d'où :
$z(t_C) = \dfrac{1}{2} g_0 \cdot t_C^2 = h$, soit $t_C = \sqrt{\dfrac{2h}{g_0}}$.

et $t_C = \sqrt{\dfrac{2 \times 1{,}00}{9{,}81}} = 0{,}452$ s.

5. La vitesse maximale est atteinte à l'instant t_C.
$v_z(t_C) = g_0 \cdot t_C$ et $v_z(t_C) = 9{,}81 \times 0{,}452 = 4{,}43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

14 **1.**



D'après le schéma de l'énoncé, $v_f > v_0$, donc l'armature de droite est chargée négativement pour accélérer le proton. Ainsi, le champ $\vec{E}$ est orthogonal aux plaques et orienté vers l'armature négative (x croissant).

2. a. L'action mécanique de la Terre est modélisée par le poids $P = m \cdot g$.
La force électrique a pour expression, en valeur, $F_e = e \cdot E$, d'où le rapport :
$\dfrac{F_e}{P} = \dfrac{e \cdot E}{m \cdot g}$ soit
$\dfrac{F_e}{P} = \dfrac{1{,}6 \times 10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^3}{1{,}7 \times 10^{-27} \times 9{,}81} = 1{,}9 \times 10^{10}$.
L'action de la Terre est négligeable devant celle modélisée par la force électrique.

b. D'après la deuxième loi de Newton :
$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_e = e \cdot \vec{E}$, d'où $\vec{a} = \dfrac{e}{m} \cdot \vec{E}$.

3. a. Par projection, on obtient $ax = \dfrac{e \cdot E}{m}$.

10 **1.** On néglige l'action de l'air sur la balle. D'après la deuxième loi de Newton :
$m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g_0}$, d'où $\vec{a} = \vec{g_0}$. Dans le repère orthonormé (O ; x, y, z), puisque $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$, on a :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = a_x = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = a_y = -g_0 \\ \dfrac{dv_z}{dt} = a_z = 0 \end{cases}$$

Par intégration, on en déduit un ensemble de primitives possibles : $\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = k_1 \\ v_y(t) = -g_0 \cdot t + k_2 \\ v_z(t) = k_3 \end{cases}$ où k_1, k_2 et k_3 sont des constantes.

La connaissance de la vitesse initiale (à t = 0 s) permet d'établir les valeurs de chacune des deux constantes par identification de deux termes égaux :
$\overrightarrow{v(0)} = \vec{v_0}$, d'où :

$$\begin{cases} v_x(0) = k_1 = v_0 \cdot \cos\theta \\ v_y(0) = -g_0 \times 0 + k_2 = v_0 \cdot \sin\theta \\ v_z(0) = k_3 = 0 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos\theta \\ v_y(t) = -g_0 \cdot t + v_0 \cdot \sin\theta \\ v_z(t) = 0 \end{cases}$$

De même, puisque $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$, après intégration et en connaissant la position initiale O à t = 0 s, les équations horaires de la position s'écrivent :

$$\overrightarrow{OG(t)} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} g_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\theta \cdot t \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

2. $z(t)$ = 0, donc le mouvement s'effectue dans le plan (xOy).

3. La portée est obtenue à l'instant t_p tel que $y(t_p) = 0$ m, soit pour :
$y(t_p) = -\dfrac{1}{2} g_0 \cdot t_p^2 + v_0 \cdot \sin\theta \cdot t_p = 0$

D'où $t_p = \dfrac{2v_0 \cdot \sin\theta}{g_0}$ et la portée vaut :

$x_{max} = x(t_p) = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t_p$

$= \dfrac{2v_0^2 \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta}{g_0}$

4. $x_{max} = \dfrac{2 \times 75{,}0^2 \times \sin 11° \times \cos 11°}{9{,}81} = 215$ m, ce qui est bien inférieur à la valeur limite annoncée.

Suite exercice 14

...

b. Puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on obtient après intégration :

$v_x(t) = \frac{e \cdot E}{m} \cdot t + k_1$, où k_1 est une constante à déterminer.

Or, à $t = 0$ s, $\vec{v}(0) = v_0 \cdot \vec{i}$, d'où $k_1 = v_0$ et

$v_x(t) = \frac{e \cdot E}{m} t + v_0$.

De même, on obtient $x(t)$ après une deuxième intégration :

$x(t) = \frac{e \cdot E}{2m} t^2 + v_0 \cdot t$ car, à $t = 0$ s, le système est en O, d'abscisse 0.

c. L'accélérateur est linéaire car le mouvement de la particule s'effectue selon l'axe (Ox).

4. a. Le proton sort de l'accélérateur à l'instant t_s tel que $x(t_s) = d$.

t_s est donc la racine positive de l'équation du second degré en t suivante :

$$\frac{e \cdot E}{2m} t^2 + v_0 \cdot t - d = 0$$

Le discriminant de l'équation s'écrit :

$$\Delta = v_0^2 + 4d \frac{e \cdot E}{2m} = v_0^2 + \frac{2e \cdot E \cdot d}{m},$$

Soit

$$\Delta = (2{,}0 \times 10^3)^2 + \frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^3 \times 18{,}0 \times 10^{-2}}{1{,}7 \times 10^{-27}}$$
$$= 6{,}8 \times 10^{10} \text{ SI.}$$

La racine positive est : $t_s = \dfrac{-v_0 + \sqrt{\Delta}}{2\dfrac{e \cdot E}{2m}} = \dfrac{\left(-v_0 + \sqrt{\Delta}\right) \cdot m}{e \cdot E}$

Soit $t_s = \dfrac{\left(-2{,}0 \times 10^3 + \sqrt{6{,}8 \times 10^{10}}\right) \times 1{,}7 \times 10^{-27}}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^3}$

$= 1{,}4 \times 10^{-6}$ s

$v_f = \dfrac{1{,}6 \times 10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^3}{1{,}7 \times 10^{-27}} \times 1{,}4 \times 10^{-6} + 2{,}0 \times 10^3$

$= 2{,}6 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

On vérifie que ce condensateur plan joue le rôle d'accélérateur de particules.

11 **1.** On néglige l'action de l'air sur le système. D'après la deuxième loi de Newton, $m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g_0}$, d'où $\vec{a} = \vec{g_0}$. Dans le repère orthonormé (O ; x, y, z), puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = a_x = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = a_y = 0 \\ \dfrac{dv_z}{dt} = a_z = -g_0 \end{cases}$$

2. Par intégration, on en déduit un ensemble de primitives possibles :

$$\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = k_1 \\ v_y(t) = k_2 \\ v_z(t) = -g_0 \cdot t + k_3 \end{cases}$$

où k_1, k_2 et k_3 sont des constantes.

La connaissance de la vitesse initiale (à $t = 0$ s) permet d'établir les valeurs de chacune des deux constantes par identification de deux termes égaux : $\overrightarrow{v(0)} = \overrightarrow{v_0}$, d'où :

$$\begin{cases} v_x(0) = k_1 = v_0 \\ v_y(0) = k_2 = 0 \\ v_z(0) = -g_0 \times 0 + k_3 = 0 \end{cases} \quad \text{soit } \overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -g_0 \cdot t \end{cases}$$

De même, puisque $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$, après intégration, les équations horaires de la position s'écrivent :

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot t + k_4 \\ y(t) = k_5 \\ z(t) = -\dfrac{g_0}{2} \cdot t^2 + k_6 \end{cases}$$

et, en connaissant la position initiale d'altitude $z(0) = H$, il vient :

$x(t) = v_0 \cdot t$; $y(t) = 0$; $z(t) = -\frac{1}{2} g_0 \cdot t^2 + H$.

3. $y(t) = 0$, donc le mouvement s'effectue dans le plan (xOz).

4. La phase descendante s'interrompt à l'instant t_d pour lequel $z(t_d) = h$.

Soit $-\frac{1}{2} g_0 \cdot t_d^2 + H = h$.

D'où $t_d = \sqrt{\dfrac{2(H - h)}{g_0}}$.

$t_d = \sqrt{\dfrac{2 \times (4{,}5 - 0{,}70)}{9{,}81}} = 0{,}88$ s

15 **1. a.** D'après la deuxième loi de Newton :

$m \cdot \vec{a} = \vec{F_e} = -e \cdot \vec{E}$,

d'où $\vec{a} = \frac{-e}{m} \cdot \vec{E}$

b. Dans le repère orthonormé (O ; *x*, *y*, *z*), puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = a_x = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = a_y = -\frac{e \cdot E}{m} \\ \frac{dv_z}{dt} = a_z = 0 \end{cases}$$

Par intégration, on en déduit un ensemble de primitives possibles : $\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = k_1 \\ v_y(t) = -\frac{e \cdot E}{m} t + k_2 \\ v_z(t) = k_3 \end{cases}$ où k_1, k_2 et k_3 sont des constantes.

La connaissance de la vitesse initiale (à $t = 0$ s) permet d'établir les valeurs de chacune des constantes par identification de deux termes égaux : $\overrightarrow{v(0)} = \vec{v_0}$, d'où :

$$\begin{cases} v_x(0) = k_1 = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_y(0) = -\frac{e \cdot E}{m} \times 0 + k_2 = v_0 \cdot \sin\alpha \\ v_z(0) = k_3 = 0 \end{cases}$$

D'où : $v_x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha$;

$v_y(t) = -\frac{e \cdot E}{m} t + v_0 \cdot \sin\alpha$.

c. De même, on obtient les coordonnées *x*(*t*) et *y*(*t*) après une deuxième intégration :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = \frac{1}{2} \times \frac{-e \cdot E}{m} t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases}$$ car, à $t = 0$ s, le système est en O de coordonnées (0 ; 0).

d. $z(t) = 0$, donc le mouvement s'effectue dans le plan (*xOy*).

2. a. Par substitution de la variable $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}$ dans l'expression de *y*(*t*), on obtient l'équation de la trajectoire de la particule :

$$y(x) = \frac{-e \cdot E}{2m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} x^2 + x \cdot \tan\alpha$$

b. Il s'agit d'une portion de parabole.

3. a. Les coordonnées du point C sont $x_C = \ell$ et $y_C = 0$. En utilisant ces coordonnées, l'équation de la trajectoire devient :

$\frac{-e \cdot E}{2m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \ell^2 + \ell \cdot \tan\alpha = 0$ d'où :

$\frac{e \cdot E}{2m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \ell^2 = \ell \cdot \tan\alpha$.

Puis :

$$\begin{aligned} e \cdot E \cdot \ell &= 2m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha \cdot \tan\alpha \\ &= 2m \cdot v_0^2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha \\ &= m \cdot v_0^2 \cdot \sin 2\alpha \end{aligned}$$

Soit $\sin 2\alpha = \frac{e \cdot E \cdot \ell}{m \cdot v_0^2}$

b. $\sin 2\alpha = \frac{1{,}6 \times 10^{-19} \times 850 \times 20 \times 10^{-2}}{9{,}1 \times 10^{-31} \times (1{,}0 \times 10^7)^2}$

D'où $\alpha = 8{,}7°$.