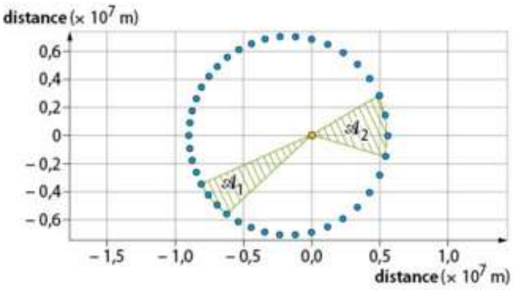
EXERCICES COURS n°6

« Mouvement dans un champ de gravitation : satellites »

12 Thémisto, satellite de Jupiter

Thémisto est un des satellites de Jupiter. La simulation de la trajectoire de ce satellite donne la représentation suivante. Chaque position de Thémisto, modélisée par un point bleu, est relevée à intervalle de temps constant. Deux aires balayées $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ sont représentées.



1. Dans quel référentiel considéré galiléen a-t-on obtenu cette trajectoire ?
2. Jupiter, le point jaune, est-elle au centre de l'orbite de Thémisto ?
3. En utilisant la première loi de Kepler, justifier l'allure de la trajectoire.
4. Quelle relation existe-t-il entre les aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$? Justifier.
5. Que peut-on dire des distances parcourues par le satellite dans le cas des aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$? Quelle est la conséquence pour la vitesse du satellite ?
6. Est-ce en accord avec les différentes positions des points ?

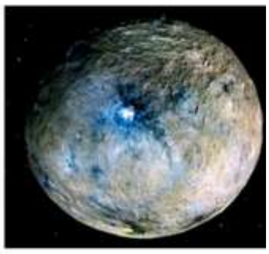
17 Mouvement de la Terre autour du Soleil

On étudie le mouvement de la Terre autour du Soleil dans le cadre de l'approximation des trajectoires circulaires.

Donnée : *distance entre les centres de la Terre et du Soleil :* $d_{ST} = 149{,}6 \times 10^9$ m.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen doit-on se placer afin d'étudier ce mouvement ?
2. Exprimer vectoriellement la force qui modélise l'action mécanique exercée par le Soleil sur la Terre, puis la représenter sur un schéma, sans souci d'échelle.
3. Montrer que le mouvement de la Terre est uniforme.
4. Exprimer littéralement la vitesse de la Terre autour du Soleil, puis calculer sa valeur.
5. Exprimer puis calculer la période de révolution T_T de la Terre autour du Soleil, en seconde puis en jour.

14 La planète naine Cérès



Cérès, astre classé dans la catégorie des planètes naines, gravite autour du Soleil dans une ceinture d'astéroïdes située entre Mars et Jupiter. Les distances de l'aphélie et du périhélie sont respectivement de $4{,}47 \times 10^8$ km et $3{,}81 \times 10^8$ km.

Données : *demi-grand axe Terre-Soleil :* $a_T = 1{,}50 \times 10^8$ *km ; période de révolution :* $T = 365{,}25$ *jours.*

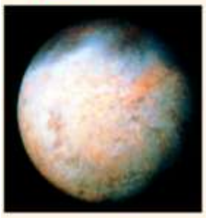
1. Que peut-on déduire des distances du périhélie et de l'aphélie sur la nature de la trajectoire ?
2. Représenter, sans souci d'échelle, l'orbite de Cérès. Indiquer les positions de l'aphélie et du périhélie.
3. Calculer la valeur du demi-grand axe a_C.
4. En utilisant la 3e loi de Kepler, la période de rotation de la Terre et la valeur du demi-grand axe de la Terre, calculer la période de révolution de Cérès.

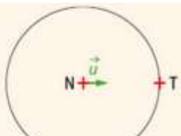
18 Les satellites GPS

La myriade de satellites GPS (*global positioning system*) est placée sur une orbite en étant animée d'un mouvement circulaire et uniforme à une altitude $h = 1{,}38 \times 10^4$ km.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen le mouvement d'un satellite GPS est-il décrit ?
2. En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que la vitesse de ce type de satellite s'écrit $v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$.
3. a. En déduire que la période de révolution du satellite est :
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}.$$
b. Calculer la période de révolution.
c. Combien de tours de la Terre réalisent ces satellites par jour ?

24 Triton, satellite de Neptune





L'orbite de Triton est circulaire. On appelle N le centre d'inertie de Neptune, T le centre d'inertie de Triton et $\vec{u}$ le vecteur unitaire de direction (NT).
Le schéma ci-contre représente l'orbite de Triton autour de Neptune.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen est représentée l'orbite de Triton ?
2. Utiliser la deuxième loi de Kepler pour montrer que la vitesse de Triton est constante.
3. Représenter la force gravitationnelle, l'accélération et la vitesse de Triton.

Données : *masse de Neptune :* $M_N = 1{,}02 \times 10^{26}$ *kg ; rayon de l'orbite de Triton :* $R_{NT} = 3{,}55 \times 10^5$ *km ; constante gravitationnelle :* $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$.

4. La troisième loi de Kepler s'écrit pour le système satellitaire de Neptune $\dfrac{T^2}{R_{NT}^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_N}$.
a. Calculer la valeur de la période de révolution de Triton.
b. En déduire l'expression de la vitesse. La calculer.