CORRECTION EXERCICES COURS n°6

« Mouvement dans un champ de gravitation : satellites »

12 **1.** Il s'agit d'un référentiel jovien, ou jupiterocentrique, ou encore le centre de Jupiter associé à un repère orienté vers des étoiles lointaines.

2. On voit sur la représentation que Jupiter n'est pas au centre de l'orbite de Thémisto.

3. D'après la première loi de Kepler, l'orbite est une ellipse et Jupiter est placée à l'un des foyers de l'ellipse.

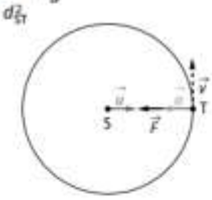
4. On a $\mathscr{A}_1 = \mathscr{A}_2$, les temps de parcours des arcs de cercle sont identiques. En effet, il y a le même nombre de points. D'après la deuxième loi de Kepler, le segment reliant la planète au satellite balaye des aires égales pendant des durées égales.

5. D'après la deuxième loi de Kepler, les aires sont égales. Pour que les aires soient égales, comme la distance entre Jupiter et Thémisto est plus importante dans le cas de $\mathscr{A}_1$ que dans le cas de $\mathscr{A}_2$, il faut que la distance parcourue soit plus importante dans le cas de $\mathscr{A}_2$ que dans le cas de $\mathscr{A}_1$. Si la distance parcourue est plus importante pour $\mathscr{A}_2$ que pour $\mathscr{A}_1$, pour un même temps de parcours, alors la vitesse de Thémisto est plus importante pour $\mathscr{A}_2$ que pour $\mathscr{A}_1$.

6. L'écartement entre les points est plus important pour $\mathscr{A}_2$ que pour $\mathscr{A}_1$. La vitesse de Thémisto est donc plus importante lors du parcours de $\mathscr{A}_2$ que pour $\mathscr{A}_1$.

17 **1.** Il s'agit du référentiel géocentrique.

2. $\vec{F} = -G\dfrac{M_S \cdot M_T}{d_{ST}^2}\vec{u}$



3. D'après la deuxième loi de Newton, on a :

$M_T \cdot \vec{a} = \vec{F} = G\dfrac{M_S \cdot M_T}{d_{ST}^2}\vec{n}$

Or l'accélération dans le repère de Frenet s'écrit :

$\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\vec{\tau} + \dfrac{v^2}{d_{ST}}\vec{n}$, donc la relation précédente devient :

$M_T\dfrac{dv}{dt}\vec{\tau} + M_T\dfrac{v^2}{d_{ST}}\vec{n} = G\dfrac{M_S \cdot M_T}{d_{ST}^2}\vec{n}$

Ainsi, en effectuant la projection sur $\vec{\tau}$, on obtient :

$M_T \cdot \dfrac{dv}{dt} = 0$, donc $\dfrac{dv}{dt} = 0$.

La vitesse est donc constante, le mouvement de la Terre est uniforme.

4. En projetant sur $\vec{n}$, on obtient :

$M_T \cdot \dfrac{v^2}{d_{ST}} = \dfrac{M_S \cdot M_T}{d_{ST}^2}$. En simplifiant, on trouve :

$v^2 = G\dfrac{M_S}{d_{ST}}$ soit $v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_S}{d_{ST}}}$.

$v = \sqrt{\dfrac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30}}{149{,}6 \times 10^9}}$

$= 2{,}98 \times 10^4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

5. On a $v = \dfrac{2\pi \cdot d_{ST}}{T_T}$. En remplaçant la vitesse par la relation précédente, on obtient :

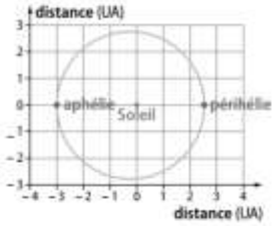
$T_T = 2\pi\sqrt{\dfrac{d_{ST}{}^3}{G \cdot M_S}}$ soit :

$T_T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(149{,}6 \times 10^9)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30}}}$

$= 3{,}16 \times 10^7\,\text{s} = 365$ jours

14 **1.** On remarque que la distance Cérès-Soleil n'est pas constante. Cela signifie que la trajectoire n'est pas circulaire, mais qu'il s'agit d'une ellipse, comme le montre la première loi de Kepler.

2.



3. On a :

$2a_c = 4{,}47 \times 10^8 + 3{,}81 \times 10^8 = 8{,}28 \times 10^8$ km

Soit $a_c = \dfrac{8{,}28 \times 10^8}{2} = 4{,}14 \times 10^8$ km

4. En utilisant la troisième loi de Kepler, on trouve :

$\dfrac{T_C^2}{a_C^3} = \dfrac{T_T^2}{a_T^3}$

Donc : $T_C = \sqrt{\dfrac{a_C^3}{a_T^3}} \times T_T = \sqrt{\dfrac{(4{,}14 \times 10^8)^3}{(1{,}50 \times 10^8)^3}} \times 365{,}25$

$= 1{,}67 \times 10^3$ jours

21 **1.** $T = 86\ 164$ s pour un satellite géosynchrone et la période de rotation de la Terre sur elle-même est de 23 h 56 min 4 s = 23 × 3 600 + 56 × 60 + 4 = 86 164 s. Ces deux périodes sont égales.

2. En utilisant la relation $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}$, on obtient :

$h = \left(\dfrac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R_T$

$= \left(\dfrac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 6{,}0 \times 10^{24} \times 86\ 164^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - 6\ 370 \times 10^3$

$= 3{,}6 \times 10^8$ m

3. a. La figure 2 est incompatible avec la 1re loi de Kepler car le centre de la Terre doit être, dans le cas d'une orbite circulaire, au centre de cette orbite, ce qui n'est pas le cas ici. De plus, la force gravitationnelle est dirigée vers le centre de la Terre alors que l'accélération est dirigée d'après l'orbite vers le centre du cercle, ce qui est incompatible avec la deuxième loi de Newton appliquée au satellite.

b. Dans les deux autres cas, les satellites peuvent être géosynchrones car leur trajectoire est circulaire.

4. a. Il s'agit du plan équatorial.

b. Il a le même sens de rotation que la rotation propre de la Terre.

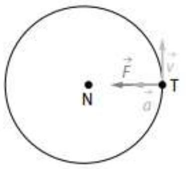
c. C'est la figure 1.

24 *Les données suivantes sont manquantes dans le spécimen du professeur.*
Masse de Neptune : $M_N = 1{,}02 \times 10^{26}$ kg ; rayon de l'orbite de Triton : $R_{NT} = 3{,}55 \times 10^5$ km ; constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2}.
Elles figurent dans le manuel élève ainsi que dans les manuels numériques.

1. Il s'agit du référentiel neptunocentrique.

2. D'après la deuxième loi de Kepler (ou loi des aires), les aires balayées pendant une même durée sont égales. Pour une trajectoire circulaire, les aires balayées pendant une même durée correspondent aux mêmes arcs de cercles parcourus, donc à la même distance parcourue sur l'orbite pour des temps identiques. Cela montre que la valeur de la vitesse est constante puisque la distance parcourue est identique pour des temps égaux.

3.



4. a. $\dfrac{T^2}{{R_{NT}}^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_N}$ donc $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_N} \cdot {R_{NT}}^3$

Ainsi :

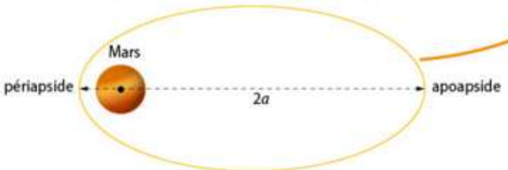
$$T^2 = 2\pi\sqrt{\frac{{R_{NT}}^3}{G \cdot M_N}} = 2\pi\sqrt{\frac{(3{,}55\times10^8)^3}{6{,}67\times10^{-11}\times1{,}02\times10^{26}}}$$
$$= 5{,}1\times10^5 \text{ s} = 5{,}9 \text{ jours}$$

b. On a :

$$v = \frac{2\pi R_{NT}}{T} = \frac{2\pi\times3{,}55\times10^8}{5{,}1\times10^5}$$
$$= 4{,}4\times10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 4{,}4 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$$

25 Étude de l'orbiteur *Mars Orbiter Mission* (MOM)

L'Inde est devenue, le 24 septembre 2014, la quatrième nation à placer dans l'orbite de Mars un satellite d'observation de la planète (MOM). Ce satellite possède une orbite fortement elliptique, distante de la surface de la planète au périapside (P) de $h_1 = 422$ km et à l'apoapside (A) de $h_2 = 76\,994$ km. La trajectoire du satellite est représentée sur la figure suivante où a est le demi-grand axe de l'ellipse.



LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ

▸ Il faut repérer les positions sur le schéma du périapside, de l'apoapside ainsi que les différentes longueurs : a, h_1, h_2 et R_M.

***Données :** rayon de Mars : $R_M = 3\,390$ km ; rayon de l'orbite circulaire de Phobos : 9 377 km ; période de révolution de Phobos : 7 h 39 min.*

1. Dans quel référentiel est décrite l'orbite de MOM ?

2. En utilisant la première loi de Kepler, **justifier** la position du centre de Mars.

3. Écrire l'expression du demi-grand axe en fonction des différentes altitudes et le rayon de Mars. **En déduire** sa valeur.

4. La troisième loi de Kepler permet d'écrire que $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_M}$ où M_M et G sont respectivement la masse de Mars et la constante gravitationnelle.
En utilisant les données de Phobos, satellite naturel de Mars, **déterminer** la période de révolution de MOM.

LES VERBES D'ACTION

▸ **Justifier :** donner une explication au choix effectué à l'aide de l'énoncé.
▸ **Déterminer :** mettre en œuvre une stratégie pour trouver un résultat.
▸ **En déduire :** utiliser le résultat précédent pour répondre.

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. Le référentiel est le **référentiel marsocentrique** considéré galiléen.

2. D'après la première loi de Kepler, le centre de Mars est placé à **l'un des foyers de la trajectoire elliptique**.

3. En se servant du schéma, on voit que : $2a = h_1 + 2 \cdot R_M + h_2$;

donc : $a = \dfrac{h_1 + 2 \cdot R_M + h_2}{2} = \dfrac{422 + 2\times3\,390 + 76\,994}{2} = \mathbf{4{,}21\times10^4}$ **km**

4. On obtient $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{T_P^2}{R_P^3}$ donc $T^2 = \dfrac{T_P^2}{R_P^3}\cdot a^3$

soit $T = T_P\sqrt{\dfrac{a^3}{R_P^3}} = 459\times\sqrt{\dfrac{(4{,}21\times10^7)^3}{(9\,377\times10^3)^3}} = 4{,}37\times10^3$ min soit près de 73 heures.

QUELQUES CONSEILS

3. Placer sur le schéma les différentes longueurs permet de voir plus facilement la relation avec $2a$.

4. La masse de Mars et de la constante gravitationnelle n'étant pas données, il faut utiliser les données de Phobos pour trouver la période de révolution du satellite.