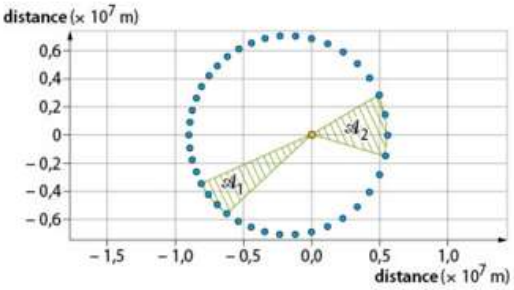
EXERCICES COURS n°6

« Mouvement dans un champ de gravitation : satellites »

12 Thémisto, satellite de Jupiter

Thémisto est un des satellites de Jupiter. La simulation de la trajectoire de ce satellite donne la représentation suivante. Chaque position de Thémisto, modélisée par un point bleu, est relevée à intervalle de temps constant. Deux aires balayées $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ sont représentées.



1. Dans quel référentiel considéré galiléen a-t-on obtenu cette trajectoire ?
2. Jupiter, le point jaune, est-elle au centre de l'orbite de Thémisto ?
3. En utilisant la première loi de Kepler, justifier l'allure de la trajectoire.
4. Quelle relation existe-t-il entre les aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$? Justifier.
5. Que peut-on dire des distances parcourues par le satellite dans le cas des aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$? Quelle est la conséquence pour la vitesse du satellite ?
6. Est-ce en accord avec les différentes positions des points ?

17 Mouvement de la Terre autour du Soleil

On étudie le mouvement de la Terre autour du Soleil dans le cadre de l'approximation des trajectoires circulaires.

***Donnée :** distance entre les centres de la Terre et du Soleil :* $d_{ST} = 149{,}6 \times 10^9$ *m.*

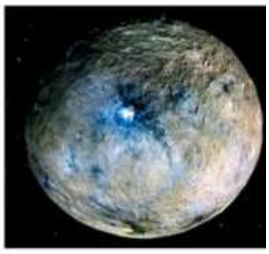
1. Dans quel référentiel considéré galiléen doit-on se placer afin d'étudier ce mouvement ?
2. Exprimer vectoriellement la force qui modélise l'action mécanique exercée par le Soleil sur la Terre, puis la représenter sur un schéma, sans souci d'échelle.
3. Montrer que le mouvement de la Terre est uniforme.
4. Exprimer littéralement la vitesse de la Terre autour du Soleil, puis calculer sa valeur.
5. Exprimer puis calculer la période de révolution T_T de la Terre autour du Soleil, en seconde puis en jour.

18 Les satellites GPS

La myriade de satellites GPS (*global positioning system*) est placée sur une orbite en étant animée d'un mouvement circulaire et uniforme à une altitude $h = 1{,}38 \times 10^4$ km.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen le mouvement d'un satellite GPS est-il décrit ?
2. En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que la vitesse de ce type de satellite s'écrit $v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$.
3. a. En déduire que la période de révolution du satellite est :
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}.$$
b. Calculer la période de révolution.
c. Combien de tours de la Terre réalisent ces satellites par jour ?

14 La planète naine Cérès



Cérès, astre classé dans la catégorie des planètes naines, gravite autour du Soleil dans une ceinture d'astéroïdes située entre Mars et Jupiter. Les distances de l'aphélie et du périhélie sont respectivement de $4{,}47 \times 10^8$ km et $3{,}81 \times 10^8$ km.

***Données :** demi-grand axe Terre-Soleil :* $a_T = 1{,}50 \times 10^8$ *km ; période de révolution :* $T = 365{,}25$ *jours.*

1. Que peut-on déduire des distances du périhélie et de l'aphélie sur la nature de la trajectoire ?
2. Représenter, sans souci d'échelle, l'orbite de Cérès. Indiquer les positions de l'aphélie et du périhélie.
3. Calculer la valeur du demi-grand axe a_C.
4. En utilisant la 3e loi de Kepler, la période de rotation de la Terre et la valeur du demi-grand axe de la Terre, calculer la période de révolution de Cérès.

16 La masse de Jupiter

La troisième loi de Kepler pour les satellites de Jupiter s'écrit $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_J}$ où a est le demi-grand axe de l'orbite du satellite, T la période de révolution d'un satellite et M_J La masse de Jupiter. Ganymède, satellite naturel de Jupiter, possède une période de révolution de 7,15 jours et son demi-grand axe est de 1,07 million de km. Calculer la masse de Jupiter.

DONNÉES

- Rayon terrestre : $R_T = 6\,370$ km ; masse de la Terre : $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg ; constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2}.
- Période de rotation de la Terre sur elle-même : 23 h 56 min 4 s ; masse du Soleil : $M_S = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg.

21 Satellite géosynchrone et géostationnaire

Un satellite géosynchrone est un satellite possédant une orbite circulaire et une période de révolution $T = 86\ 164$ s.
La période de révolution d'un satellite s'écrit :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}$$ où h est la hauteur par rapport au sol, R_T le rayon de la Terre et M_T la masse de la Terre.

1. Comparer la période de révolution d'un satellite géosynchrone et la période de rotation de la Terre sur elle-même.

2. Calculer la distance par rapport au sol de ce satellite.

3. a. Trois orbites circulaires sont données sur les figures ❶, ❷ et ❸. Montrer l'une des orbites est incompatible avec les lois de la mécanique.

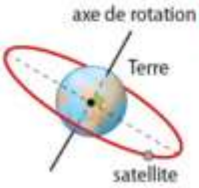


Figure ❶

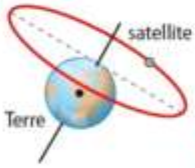


Figure ❷

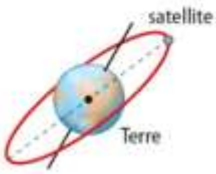
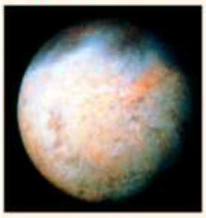


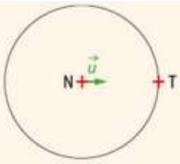
Figure ❸

b. D'après les figures ci-dessus, indiquer les situations qui sont susceptibles de représenter une orbite géosynchrone.

4. a. Un satellite géosynchrone est géostationnaire si celui-ci reste à la verticale d'un point sur Terre. Quel est le plan de son orbite ?
b. Quel est le sens de rotation de ce satellite ?
c. Indiquer à quelle figure ci-dessus correspond ce type de satellite.

24 Triton, satellite de Neptune





L'orbite de Triton est circulaire. On appelle N le centre d'inertie de Neptune, T le centre d'inertie de Triton et $\vec{u}$ le vecteur unitaire de direction (NT).
Le schéma ci-contre représente l'orbite de Triton autour de Neptune.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen est représentée l'orbite de Triton ?
2. Utiliser la deuxième loi de Kepler pour montrer que la vitesse de Triton est constante.
3. Représenter la force gravitationnelle, l'accélération et la vitesse de Triton.

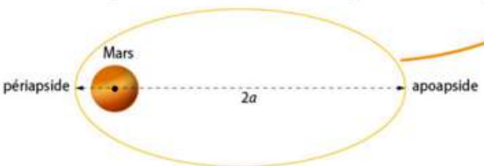
***Données :** masse de Neptune : $M_N = 1{,}02 \times 10^{26}$ kg ; rayon de l'orbite de Triton : $R_{NT} = 3{,}55 \times 10^5$ km ; constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2}.*

4. La troisième loi de Kepler s'écrit pour le système satellitaire de Neptune $\frac{T^2}{R_{NT}^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_N}$.
a. Calculer la valeur de la période de révolution de Triton.
b. En déduire l'expression de la vitesse. La calculer.

25 Étude de l'orbiteur *Mars Orbiter Mission* (MOM)

L'Inde est devenue, le 24 septembre 2014, la quatrième nation à placer dans l'orbite de Mars un satellite d'observation de la planète (MOM). Ce satellite possède une orbite fortement elliptique, distante de la surface de la planète au périapside (P) de $h_1 = 422$ km et à l'apoapside (A) de $h_2 = 76\ 994$ km. La trajectoire du satellite est représentée sur la figure suivante où a est le demi-grand axe de l'ellipse.

LES CLÉS DE L'ÉNONCÉ
▸ Il faut repérer les positions sur le schéma du périapside, de l'apoapside ainsi que les différentes longueurs : a, h_1, h_2 et R_M.



***Données :** rayon de Mars : $R_M = 3\ 390$ km ; rayon de l'orbite circulaire de Phobos : 9 377 km ; période de révolution de Phobos : 7 h 39 min.*

1. Dans quel référentiel est décrite l'orbite de MOM ?
2. En utilisant la première loi de Kepler, **justifier** la position du centre de Mars.
3. Écrire l'expression du demi-grand axe en fonction des différentes altitudes et le rayon de Mars. **En déduire** sa valeur.
4. La troisième loi de Kepler permet d'écrire que $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_M}$ où M_M et G sont respectivement la masse de Mars et la constante gravitationnelle.
En utilisant les données de Phobos, satellite naturel de Mars, **déterminer** la période de révolution de MOM.

LES VERBES D'ACTION
▸ **Justifier :** donner une explication au choix effectué à l'aide de l'énoncé.
▸ **Déterminer :** mettre en œuvre une stratégie pour trouver un résultat.
▸ **En déduire :** utiliser le résultat précédent pour répondre.