

**COURS n°8 « Modèle du gaz parfait et le premier principe de la thermodynamique »****Les compétences à acquérir...**

- Énergie interne d'un système. Aspects microscopiques.
- Citer les différentes contributions microscopiques à l'énergie interne d'un système.
- Premier principe de la thermodynamique. Transfert thermique, travail.
- Prévoir le sens d'un transfert thermique. Distinguer, dans un bilan d'énergie, le terme correspondant à la variation de l'énergie du système des termes correspondant à des transferts d'énergie entre le système et l'extérieur.
- Capacité thermique d'un système incompressible. Énergie interne d'un système incompressible.
- Exploiter l'expression de la variation d'énergie interne d'un système incompressible en fonction de sa capacité thermique et de la variation de sa température pour effectuer un bilan énergétique.
- Effectuer l'étude énergétique d'un système thermodynamique.
- Modes de transfert thermique. Flux thermique. Résistance thermique.
- Bilan thermique du système Terre-atmosphère. Effet de serre.
- Loi phénoménologique de Newton, modélisation de l'évolution de la température d'un système au contact d'un thermostat.

**I- Gaz parfait**

**1- Modèle du gaz parfait:** Le **modèle du gaz parfait** est souvent utilisé pour prévoir le comportement de certains gaz lorsqu'on fait varier certains paramètres tels que la pression ou la température.

Ce modèle repose sur les deux hypothèses suivantes :

- Les entités n'ont pas d'interactions entre elles : on considère qu'elles sont suffisamment éloignées les une des autres et **qu'il n'existe pas de forces entre elles**.
- Les entités constituant le gaz ont un volume négligeable devant le volume de l'enceinte qui les contient : elles sont **assimilées à des points matériels**.

**2- L'équation d'état du gaz parfait**

Pour une quantité de matière  $n$  de gaz parfait, la pression  $P$ , la température  $T$  et le volume  $V$  vérifient la relation :

$$PV = nRT$$

**P** pression exprimée en **Pascal...Pa**

$$1,0 \text{ atm} = 1,0 \text{ bar} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$1013 \text{ hPa} = 1013 \times 10^2 \text{ Pa}$$

**V** volume exprimé en **m<sup>3</sup>**

**T** température exprimé en **Kelvin.K**

$$T(K) = T(^{\circ}C) + 273,15$$

**n** quantité exprimée en **mol**

**R** constante des gaz parfaits  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

**Exercices:**

Calculer la quantité d'hélium  $n_{\text{He}}$  contenue dans une enceinte de volume  $V = 5,0 \text{ L}$  dont la pression est  $P_1 = 2,5 \text{ atm}$  et la température est  $T_1 = 30^{\circ}C$

Calcul de  $n_{\text{He}}$

$$P_1 V = n_{\text{He}} R T_1$$

$$\Rightarrow n_{\text{He}} = \frac{P_1 V}{R T_1} = \frac{2,5 \cdot 10^5 \times 5,0 \cdot 10^{-3}}{8,314 \times (30 + 273,15)}$$

$$= 0,50 \text{ mol}$$

La quantité d'hélium est maintenant égale

$n'_{\text{He}} = 1,00 \text{ mol}$ , la pression est  $P_2 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  et la température est  $T_2 = 25^{\circ}C$ .

Calculer le volume  $V_2$  occupé par ce gaz

Comment appelle-t-on ce volume ?

$$n'_{\text{He}} = 1 \text{ mol}, V_2 = V_m \text{ volume molaire}$$

Calcul de  $V_2$   $P_2 V_2 = n'_{\text{He}} R T_2$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{n'_{\text{He}} R T_2}{P_2}$$

$$= \frac{1,00 \times 8,314 \times (25 + 273,15)}{1,013 \cdot 10^5}$$

$$= 2,45 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 24,5 \text{ L}$$

**Remarque :**

Si la température du système gaz parfait reste **constante...** (**isotherme**), on retrouve

**la loi de Boyle Mariotte**, l'équation d'état s'écrit  **$P \times V = \text{constante}$**

**Exercice :** Un gaz est maintenu dans une seringue : la pression est de  $P_3 = 1,0 \text{ bar}$  et le volume est de  $V_3 = 3,0 \text{ cm}^3$

Le gaz est comprimé lentement (température constante) de façon obtenir une pression  $P_4 = 2,5 \text{ bar}$   
Quel est le nouveau volume  $V_4$  ?

Calcul de  $V_4$

$$P_4 V_4 = P_3 V_3 = \text{constante}$$

$$\Rightarrow V_4 = \frac{P_3 V_3}{P_4} = \frac{1,0 \times 3,0}{2,5}$$

$$= 1,2 \text{ cm}^3$$

## II- Introduction à la notion d'énergie interne U d'un système :

**1- Une drôle d'expérience :** Considérons comme système d'étude une marmite remplie d'eau {marmite + eau}

① Dans un premier temps, la marmite est posée sur une table et poussée par une main exerçant une force

constante  $\vec{F}_{main}$  sur tout le trajet AB

Cette marmite remplie d'eau est mise en mouvement : Tant que elle reste sur la table, nous pouvons dire que

l'énergie  $E_{tot}$  du système s'écrit :

$$E_{tot} = E_m = E_c + E_{pp}$$

avec  $E_{pp} = 0$ .....



Le théorème de l'énergie cinétique, nous permet d'écrire aussi que  $\Delta E_c = \sum W_{AB}(\vec{F}) = W_{AB}(\vec{F}) + W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R})$

On a donc une variation d'énergie totale  $\Delta E_{tot} = E_c = \frac{1}{2} m v^2$

② Considérons maintenant que la marmite est lâchée d'une altitude  $z_c$  sans vitesse initiale.

La variation d'énergie totale  $\Delta E_{tot}$  du système s'écrit :

$$\Delta E_{tot} = \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp} = 0 \text{ si}$$

chute libre

il y a transfert de l'énergie potentielle en énergie cinétique

③ La marmite est sur la table et posée sur un réchaud. L'eau bout.

La variation d'énergie totale du système s'écrit :

$$\Delta E_{tot} = \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp}$$

le système est immobile

$$\text{donc } \Delta E_c = 0 \text{ et } \Delta E_{pp} = 0$$

Donc  $\Delta E_{tot} = 0$  alors que l'on apporte de l'énergie

il y a variation d'énergie

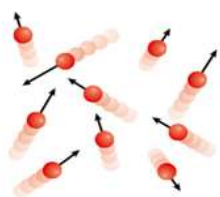
$$\Delta E_{tot} \neq 0$$

Il est nécessaire d'introduire une ...énergie interne... notée U

### 2- Energie interne d'un système U :

L'énergie interne U d'un système correspond à sa propre énergie....

Elle correspond à la somme des énergies..... qui existent à l'intérieur de ce système, au niveau microscopique du fait de ses constituants (atomes, molécules, ions)



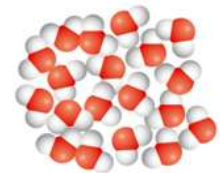
- Du fait de l'agitation thermique, chaque constituant possède une énergie cinétique

$$e_{ci} = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Cette agitation augmente lors d'une augmentation de température....

- Les énergies potentielles d'interaction sont liées aux interactions entre les constituants qui constituent le système.

Elles peuvent être des interactions intra ou intermoléculaires.....



Nous définissons ainsi une énergie interne  $U =$  .....

Il est quasiment impossible de mesurer toutes ces énergies, c'est pourquoi nous nous intéresserons à la variation d'énergie interne...  $\Delta U$ ...

### 3- La variation d'énergie totale d'un système

La variation d'énergie totale  $\Delta E_{tot}$  d'un système physique se décompose en :

- en une variation d'énergies, au niveau macroscopiques, ( $\Delta E_m$ ) : telle que  $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp}$

- en une variation d'énergie interne, au niveau microscopique.,  $\Delta U$

ainsi la variation de l'énergie totale d'un système, en thermodynamique, est s'écrit :

$$\Delta E_{tot} = \Delta E_c + \Delta E_{pp} + \Delta U$$

Dans cette partie du programme enterrminale, nous n'étudierons que des systèmes au repos à l'échelle macroscopique:

$$\Delta E_{tot} = \Delta U$$

Repos macroscopique  
 $\Delta E_c = 0$  et  $\Delta E_{pp} = 0$

### III- Le premier principe de la thermodynamique :

#### 1- Énoncé du principe:

Le **premier principe de la thermodynamique** énonce que la variation d'énergie interne  $\Delta U$  d'un système, qui est au repos macroscopique  $\Delta E_m = 0$ , qui n'échange pas de matière avec l'extérieur (système fermé...) et qui évolue d'un état initial à un état final est égale à la somme des énergies échangées par le système avec l'extérieur, sous forme de travail  $W$  et / ou sous forme d'énergie thermique transférée  $Q$ .

$$\Delta U_{i \rightarrow f} = W + Q$$

-  $W$  travail exprimé en Joule  $J$

-  $Q$  énergie thermique transférée exprimé en Joule  $J$

-  $\Delta U_{i \rightarrow f}$  variation d'énergie interne exprimée en Joule  $J$



Remarque importante :

Par convention,  $W$  et  $Q$  sont comptés positifs quand le système reçoit cette énergie et négatifs quand il cède à l'extérieur.

#### 2- Le travail $W$

Exercice :

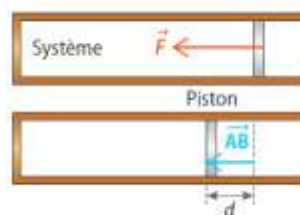
Un gaz, dit compressible, est placé dans un cylindre, muni d'un piston mobile.

Une force pressante  $\vec{F}$  constante est exercée sur le piston

Le piston se déplace de  $d$  dans le sens de la diminution de volume du gaz.

Exprimer le travail reçu par le système {piston-gaz}

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos(\vec{F}, \vec{AB}) = F \times d$$



Le travail  $W$  est reçu par le système. Il est donc positif.

Dans de nombreux exercices, le système sera dit *incompressible*.

Ce qui entraîne que le travail  $W = 0$ .

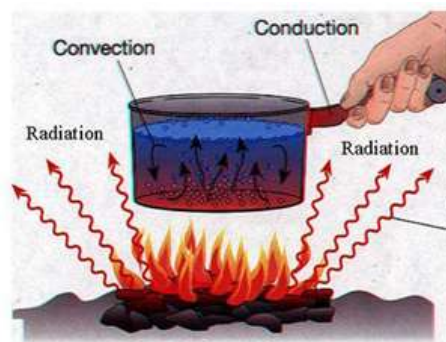
La variation d'énergie interne  $\Delta U = W + Q$  ne sera due, dans ce cas de système *incompressible*, qu'à un transfert thermique :

$$\Delta U = Q$$

### IV- Les trois modes de transfert :

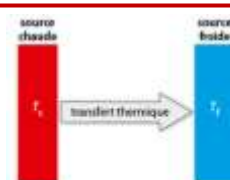
1- Mode de transfert : Un transfert thermique (la chaleur) peut se propager de 3 façons différentes

- Par *convection* (l'agitation thermique, l'agitation des molécules ou atomes se transmet de proche en proche dans la matière, mais sans transport global de matière ; ce mode de transfert a principalement lieu dans les solides ;
- Par *convection* (l'agitation thermique se transmet de proche en proche dans la matière et avec déplacement d'ensemble de celle-ci) ; ce mode de transfert a lieu dans les fluides (liquides et gaz)
- Par *rayonnement* (l'absorption ou l'émission d'ondes électromagnétiques modifie l'agitation thermique) ; ce mode de transfert a lieu quel que soit l'état, et se fait même au travers du vide.



#### 2- Sens de transfert thermique :

Le sens du transfert thermique ne peut se faire que d'un milieu qui a la température la plus élevée (la source chaude) vers un milieu qui a la température la plus faible (la source froide), jusqu'à ce que leurs températures soient égales.



### 3- Définition flux thermique :

Les transferts thermiques entre 2 systèmes (Une source chaude  $T_C$  et une source froide  $T_F$ ) ne sont pas instantanés, ils évoluent en fonction du temps.

On définit pour suivre cette évolution le **flux thermique  $\Phi$**  qui caractérise la vitesse d'un transfert thermique entre 2 systèmes, c'est l'énergie échangé par unité de temps,

Le flux thermique  $\Phi$  (phi) traduit la vitesse de transfert thermique

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

$\Phi$  en watt (W)  
 $\Delta t$  en seconde (s)  
 $Q$  en joule (J)

Le flux thermique correspond à une **puissance thermique**

Rappels :

$$P = \frac{E}{\Delta t}$$

$E$  énergie en J  
 $P$  puissance en W  
 $\Delta t$  durée en s

### V- Les exemples à connaître :

#### 1- Cas n°1 d'un système fermé et incompressible :

Dans le cas d'un système fermé, incompressible et en l'absence de changement d'état, la variation d'énergie interne d'un système est **proportionnelle** à la variation de température

$$\Delta U = m \times c \times \Delta T$$

Avec  $\Delta T = T_{\text{finale}} - T_{\text{initiale}}$

Si  $C = m \times c$  alors

$$\Delta U = C \times \Delta T$$

$m$  : masse en kilogramme (kg)

$\Delta T$  : variation de température avec  $T$  en kelvin (K)

Avec  $T(K) = T(^{\circ}C) + 273,15$

Donc  $\Delta T(K) = \Delta T(^{\circ}C)$

$\Delta U$  : Variation d'énergie interne en joule (J)

$c$  : capacité thermique massique en joule par kelvin par kilogramme ( $J.K^{-1}.kg^{-1}$ )

$C$  : capacité thermique en joule par kelvin ( $J.K^{-1}$ )

**Remarque :** Que signifie une capacité thermique massique de l'eau  $c_{\text{eau}} = 4,18.10^3 J.kg^{-1}.K^{-1}$  ?

*C'est l'énergie qu'il faut fournir à 1 kg d'eau pour élever sa température de 1 K.*

**Exercice :** Calculer la variation d'énergie interne  $\Delta U$  de la marmite en fonte de masse  $m_f = 10$  kg remplie d'un volume d'eau  $V_{\text{eau}} = 150$  mL que l'on chauffe sans la « déplacer ». La température du système {marmite + eau} passe d'une température  $T_i = 20^{\circ}C$  à une température  $T_f = 95^{\circ}C$ .

**Données :** capacité massique de l'eau et de la fonte :  $c_{\text{eau}} = 4,18.10^3 J.kg^{-1}.K^{-1}$  et  $C_{\text{fonte}} = 4,70.10^3 J.K^{-1}$

système {marmite, eau}

$$\Delta U = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{marmite}}$$

$$= m_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times \Delta T + C_{\text{fonte}} \times \Delta T$$

$$\text{avec } \rho_{\text{eau}} = \frac{m_{\text{eau}}}{V_{\text{eau}}} \Rightarrow m_{\text{eau}} = \rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}}$$

*Δ m<sub>eau</sub> en kg*

$$\Rightarrow \Delta U = \rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times (T_f - T_i) + C_{\text{fonte}} \times (T_f - T_i)$$

$$\Rightarrow \Delta U = 1,0 \times 150 \cdot 10^{-3} \times 4,18 \cdot 10^3 \times (95 - 20) + 4,70 \cdot 10^3 \times (95 - 20)$$
$$= 4,0 \cdot 10^5 J$$

*ΔT = 95 + 273,15 - (20 + 273,15) = 95 - 20 = 75 K*

#### 2- Etude du flux thermique à travers une paroi plane :

Pour une paroi plane, dont deux faces sont à des températures différentes  $T_1$  et  $T_2$ , en fonction du matériau constituant la paroi, l'énergie  $Q$  est transférée plus ou moins rapidement de la source ...**chaude**..... vers la source ...**froide**.....

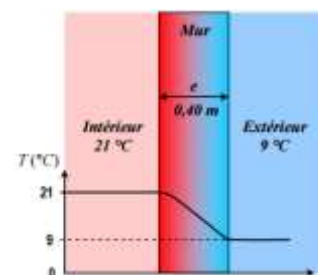
**Définition de la résistance thermique :**

La résistance thermique  $R_{th}$  d'un corps traduit sa capacité à ..... au flux thermique.

Pour une paroi plane dont les deux faces sont à la température  $T_C$  et  $T_F$  avec  $T_C > T_F$ , traversée par un flux thermique  $\Phi$ , la résistance thermique  $R_{th}$  est définie par :

$$\Phi = \frac{T_C - T_F}{R_{th}}$$

$\Phi$  en W  
 $T$  en K ou  $^{\circ}C$   
 $R_{th}$  en ...**K...W<sup>-1</sup>**...





Pour une paroi plane, la résistance thermique dépend de son épaisseur  $e$ , sa surface  $S$  et de la conductivité thermique  $\lambda$  du matériau

Ainsi

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda \times S}$$

$e$  en m  
 $S$  en  $m^2$   
 $\lambda$  en  $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$   
 $R_{th}$  en  $K \cdot W^{-1}$

Matériau	$\lambda$ ( $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ )
Air	0,026
Polystyrène	0,036
Bois	0,16
Béton	0,92
Verre	1,2
Acier	46
Aluminium	250
Cuivre	390

+ faible

On peut donc exprimer le flux thermique  $\Phi$  de 2 façons :

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta r} = \frac{T_c - T_f}{R_{th}} \quad \text{Utile dans les exercices}$$

Remarques :

- Plus la résistance thermique est importante plus le flux thermique est ... *faible* .....
- Un matériau possédant une résistance thermique élevée est un bon ... *isolant thermique* .....
- Plus la conductivité thermique est faible plus le matériau est ... *un isolant* ... de chaleur
- Cas de l'air :  $\lambda = 0,026 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$  est *faible* donc l'air est *un bon isolant*
- D'après le tableau précédent, le meilleur isolant est ... *l'air* ... (double *vitrage* .....
- Si plusieurs parois sont superposées leurs résistances thermiques ... *s'ajoutent* .....

Exercice: La résistance thermique d'une vitre est  $R_{th} = 5,0 \times 10^{-3} K \cdot W^{-1}$ ; la température de la pièce est  $T_c = 21^\circ C$ , la température extérieure est  $T_f = 9^\circ C$ . Calculer le flux thermique et la chaleur perdue en 1h.

Calcul du flux  $\Phi$

$$\Phi = \frac{T_c - T_f}{R_{th}} = \frac{21 - 9}{5,0 \cdot 10^{-3}} = 2,4 \cdot 10^3 W$$

Calcul de  $Q$

$$Q = \Phi \times \Delta t = 2,4 \cdot 10^3 \times 1 \times 60 \times 60 = 8,7 \cdot 10^6 J$$

## 2- Cas n°2 : Etude du bilan radiatif de la Terre : Transfert thermique par rayonnement

Le transfert thermique par **rayonnement** est l'échange de photons, par émission et absorption, entre deux corps. C'est le seul mode de transfert thermique possible dans le ..... c'est-à-dire entre le ..... et la .....

### a- Rayonnement et température :

Du fait de sa température  $T$ , tout corps émet un **rayonnement électromagnétique**, de flux thermique  $\varphi_E$  vérifiant la loi de Stefan-Boltzmann

$$\varphi_E = \sigma \times S \times T^4$$

$\varphi_E$  en watt par mètre carré (W)  
 $T$  en kelvin (K)  
 $S$  en mètre carré ( $m^2$ )

$\sigma$  est la constante de Stefan-Boltzmann  
 Quelle est son unité ?

$$\sigma = \frac{\varphi_E}{S \times T^4} = \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$$

On parle souvent de flux thermique surfacique

$$\frac{\varphi_E}{S} = \sigma \times T^4$$

#### HISTOIRE DES SCIENCES

Le physicien et philosophe autrichien **Ludwig Boltzmann** (1844-1906) est l'un des pères fondateurs de la thermodynamique moderne. Il est l'auteur des principes de base concernant l'irréversibilité.



Remarque : Le flux thermique  $\varphi_E$  peut être défini comme une puissance : On parle alors d'une *puissance thermique* .....  $P_{th-ray}$

### Exercice :

Le Soleil est de forme sphérique de rayon  $R = 6,96 \times 10^8 m$ , de surface  $S = 4 \cdot \pi \cdot R_s^2$  et de température de surface  $T_s = 5778 K$ . Calculer le flux thermique du Soleil:

$$\varphi_s = \sigma \times S \times T^4 = \sigma \times 4 \pi R_s^2 \times T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \times 4 \pi (6,96 \cdot 10^8)^2 \times 5778^4$$

$$\varphi_s = 3,85 \cdot 10^{26} W = P_s \text{ (puissance)}$$

La Terre ne reçoit pas tout ce flux mais qu'une partie  $\varphi_{s-reçu/T}$

## 2- Le cas de la terre : Albédo et effet de serre :

Après avoir atteint la terre et son atmosphère, une partie du rayonnement solaire  $\varphi_{S-reçu/T}$ , est réfléchi et diffusé vers l'espace :  $\varphi_{diff/T}$ . Le reste est absorbé par la terre (continents, océans, ...) et par son atmosphère. L'albédo noté  $A$  du système {Terre, atmosphère} permet de quantifier ce phénomène !

$$A = \frac{\varphi_{diff/T}}{\varphi_{S-reçu/T}}$$



Quelques valeurs d'albédo :

- Mer :  $0,05 < A < 0,15$

- Sable :  $0,25 < A < 0,45$

Forêt :  $0,05 < A < 0,20$

**Neige : 0,8**

*C'est la neige qui réfléchit le plus les rayonnements du soleil*

Application : La fonte des pôles et les gaz à effet de serre dans l'atmosphère sont souvent utilisés pour expliquer le réchauffement climatique.

Pour comprendre ce phénomène, effectuons un bilan dit bilan radiatif sur le système {Terre ; atmosphère}. Il s'agit d'étudier les flux entrant et sortant du système.



1 : Une partie du flux thermique émis par le soleil est reçu par la terre. Il sera noté  $\varphi_{S-reçu/T}$

2 : Une partie de ce flux est diffusé par l'atmosphère dans l'espace

$$A = \frac{\varphi_{diff/T}}{\varphi_{S-reçu/T}} \quad \text{donc } \varphi_{diff/T} = A \times \varphi_{S-reçu/T}$$

3 : L'autre partie  $\varphi_{abs/T}$  est absorbée par la terre

$$\varphi_{absorbé/T} = \varphi_{S-reçu/T} - \varphi_{diff/T}$$

$$\text{donc } \varphi_{absorbé/T} = \varphi_{S-reçu/T} - A \times \varphi_{S-reçu/T} = \varphi_{S-reçu/T} (1 - A)$$

4 : La Terre est un corps possédant une température  $T_T$ , celle-ci émet un flux thermique qui, d'après la loi de Stefan-Boltzmann, s'écrit

$$\varphi_{émis/T} = \sigma \times S_T \times T_T^4$$

5 : Une partie de ce flux est renvoyé dans l'espace

6 : L'autre partie est absorbée par l'atmosphère puis une partie est renvoyé vers la terre et absorbée. C'est ce que l'on appelle l'effet de serre.

$$\text{avec } \varphi'_{absorbé/T} = \frac{\alpha}{2} \times \varphi_{émis/T} \quad \text{avec } \alpha \text{ (alpha)} = 0,75$$

Effectuons un bilan radiatif du système

La 1<sup>ère</sup> loi de la thermodynamique nous permet d'écrire que :  $\Delta U = W + Q$

Il n'y a pas de variation d'énergie interne du système car *la température...  $T_T$  est constante*

$$\text{Donc } \Delta U = W + Q = 0$$

De plus, le système étant incompressible  $W = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 + Q = 0$

Donc  $Q = 0$  mais avec  $Q = Q_{reçu} - Q_{émis}$   
ou  $Q_{reçu} - Q_{émis} = 0$

Donc

$$\varphi_{absorbé/T} + \varphi'_{absorbé/T} - \varphi_{émis/T} = 0$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{6} - \textcircled{4}$$

$$\Rightarrow \varphi_{émis/T} = \varphi_{absorbé/T} + \varphi'_{absorbé/T}$$

$$= (1 - A) \varphi_{S-reçu/T} + \frac{\alpha}{2} \varphi_{émis/T}$$

$$\Rightarrow \varphi_{émis/T} - \frac{\alpha}{2} \varphi_{émis/T} = (1 - A) \varphi_{S-reçu/T}$$

On parle d'équilibre radiatif :

La somme des flux reçus  $Q_{reçu}$  est égale à la somme des flux émis  $Q_{émis}$

$$\Rightarrow \varphi_{émis/T} (1 - \frac{\alpha}{2}) = (1 - A) \varphi_{S-reçu/T}$$

$$\Rightarrow \sigma \times S_T \times T_T^4 (1 - \frac{\alpha}{2}) = (1 - A) \varphi_{S-reçu/T}$$

### Conclusion :

$$T_T^4 = \frac{(1 - A)}{\sigma \times S_T (1 - \frac{\alpha}{2})} \times \varphi_{S\text{-reçu}/T}$$

Calculez la température moyenne  $T_T$  sur Terre avec cette étude simplifiée.

$A = 0,30$        $\alpha = 0,75$

Rayon de la Terre  $R_T = 6400$  km

et  $\varphi_{S\text{-reçu}/T} = 1,8 \cdot 10^{17} \text{ W}$

- La température  $T_T$  dépend bien sur de la température du soleil et donc du flux émis par celui-ci. ... *Pendant de forte activité solaire le flux solaire augmente* .....

- Si l'albédo  $A$  diminue alors  $(1 - A)$  *augmente*... et  $T_T$  *augmente*.  
C'est le cas si les pôles *disparaissent*.....  
 $A_{\text{neige}} > A_{\text{sol}}$  donc  $A_{\text{total}} \downarrow$

- Si  $\alpha$  augmente alors le dénominateur diminue donc  $T_T$  *augmente*.  
C'est le cas lorsque *la concentration des gaz à effet de serre augmente*.....

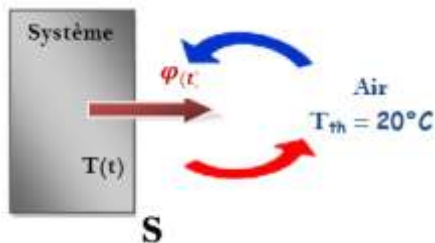
### 3- Etude de transfert par convection : Loi de Newton

#### Question existentielle ?

Un café est servi à une température  $T_0 = 70^\circ\text{C}$ . Au bout de combien de temps vais-je pouvoir le boire à une température de  $T = 40^\circ\text{C}$  si celui-ci est posé dans une salle à température  $T_{\text{th}} = 20^\circ\text{C}$  ?



#### a- Modélisation du système et du milieu extérieur :



- Le système étudié est le système *{ tasse café }* dont la température initiale est  $T_0 = 70^\circ\text{C}$

- Le système est *immobile*..... et reste au repos  
*macroscopique*.....

- Le transfert thermique  $\varphi(t)$  se fait du système (source *chaude*....) vers l'extérieur (source *froide*.....) par *convection*... et a lieu sur la *surface S*.

- Un **thermostat** est un objet dont la température reste *constante*.  
Ici le thermostat est *l'air ambiant*.

**b- Loi de Newton :** Elle n'est pas à connaître par cœur, elle vous sera donnée.

Le flux thermique  $\varphi(t)$ , échangé entre un système et un thermostat par convection, est proportionnel à la variation de température  $\Delta T = T(t) - T_{\text{th}}$

$$\varphi(t) = -h \times S \times [T(t) - T_{\text{th}}]$$

$S$  correspond à la surface *de contact* entre le système et le thermostat  
 $h$  est un coefficient de surface / de proportionnalité  
**Le signe -** traduit bien le fait que le système *perd*..... de l'énergie en se refroidissant.

#### c-Interprétation du phénomène :

- Le premier principe de la thermodynamique :  $\Delta U = W + Q$

Le système étant incompressible alors  $W = 0$  et la variation d'énergie interne du système  $\Delta U$  n'est dû qu'à un échange de chaleur  $\Delta U = Q$

- la variation d'énergie interne du système incompressible est proportionnelle à la variation de température

$$\Delta U = m \times c \times \Delta T = m c (T(t) - T_{\text{th}})$$

- Le flux thermique entre le système et le thermostat est :  $\varphi(t) = \frac{Q}{\Delta t}$  (Ici le flux thermique est *négligeable*....)

Combinons maintenant ces 3 relations et la loi de Newton afin d'écrire une équation traduisant le phénomène :

$$\Delta U = Q \text{ et } \begin{cases} Q = \varphi(t) \times \Delta r \\ \Delta U = mc \Delta T \end{cases}$$

$$\text{donc } mc \Delta T = \varphi(t) \times \Delta r$$

$$\Rightarrow mc \frac{\Delta T}{\Delta r} = \varphi(t)$$

Afin d'étudier l'évolution de la température  $T(t)$  en fonction du temps, nous n'allons pas prendre des grands intervalles de temps  $\Delta t$  mais des « petits » intervalles de temps  $dt$

$$\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta r} = \frac{dT}{dt} \text{ c'est à dire la dérivée de } T(t) \text{ par rapport au temps}$$

$$\text{Donc } mc \frac{dT}{dt} = \varphi(t)$$

$$\text{De plus } \varphi(t) = -hS(T(t) - T_{th})$$

$$\text{donc } mc \frac{dT}{dt} = -hS(T(t) - T_{th})$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{hS}{mc}(T(t) - T_{th})$$

$$\text{Posons } \tau = \frac{mc}{hS}$$

$$\text{donc } \frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau}(T(t) - T_{th})$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau}T(t) + \frac{T_{th}}{\tau}$$

$$\text{ou } \frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau}T(t) = \frac{T_{th}}{\tau}$$

C'est une équation différentielle linéaire du 1<sup>er</sup> ordre à coefficients constants et second membre constant.

Qu'est qu'une équation différentielle du premier ordre ? C'est une relation qui relie une fonction (ici  $T(t)$ ) et sa dérivée par rapport au temps.

#### d- Résolution de l'équation différentielle :

Identifions a et b

$$\frac{dT(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}T(t) + \frac{T_{th}}{\tau}$$

ou

$$\frac{dT(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}T(t) = \frac{T_{th}}{\tau}$$

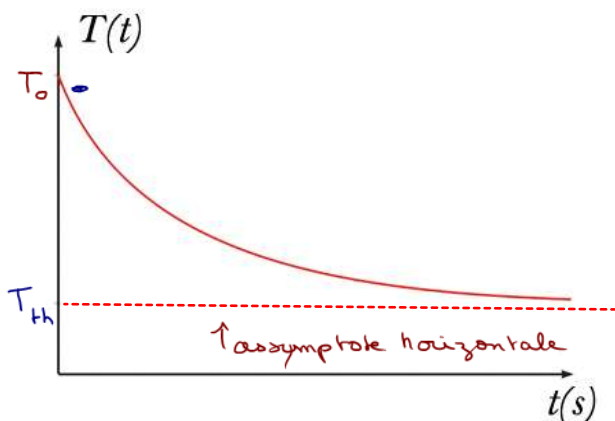
$$\text{Par identification, } a = -\frac{1}{\tau} \text{ et } b = \frac{T_{th}}{\tau}$$

La solution est donc

$$T(t) = A e^{-t/\tau} - \frac{T_{th}/\tau}{-1/\tau} \rightarrow \frac{-b}{a}$$

$$\Rightarrow T(t) = A e^{-t/\tau} + T_{th}$$

#### e- Interprétation de la courbe $T(t)=f(t)$



$$T(t) = A e^{-t/\tau} + T_{th}$$

$$\text{à } t=0 \quad T(t=0) = T_0$$

$$\text{donc } A e^{-0/\tau} + T_{th} = T_0$$

$$\Rightarrow A = T_0 - T_{th}$$

$$\Rightarrow T(t) = (T_0 - T_{th}) e^{-t/\tau} + T_{th}$$

$$\text{De plus } \lim_{t \rightarrow +\infty} T(t) = T_{th} \quad \left\{ \begin{array}{l} \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-t/\tau} = 0 \end{array} \right.$$

A la fin, la tasse de café est à la température de l'air ambiant.

#### Mathématiquement

Une équation linéaire du premier ordre avec un second membre s'écrit

$$y'(x) = ay + b$$

$$y'(x) = a \cdot y(x) + b$$

La solution est :

$$y(x) = C \times e^{ax} - b/a$$

avec  $B = -b/a$   
 $e^x$  étant la fonction exponentielle

$$e^0 = 1 \text{ et } \lim_{x \rightarrow \infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$$



### f- Réponse à la question ?

Question existentielle ?

Un café est servi à une température  $T_0 = 70^\circ\text{C}$ . Au bout de combien de temps vais-je pouvoir le boire à une température de  $T = 40^\circ\text{C}$  si celui-ci est posé dans une salle à température  $T_{th} = 20^\circ\text{C}$  ?

Soit  $t_1$  la date à laquelle  
le système atteint la température  
 $T = 40^\circ\text{C}$

$$T(t_1) = (T_0 - T_{th}) e^{-t_1/\tau} + T_{th} = T$$

Il faut isoler  $t_1$

$$\Rightarrow e^{-t_1/\tau} = \frac{T - T_{th}}{T_0 - T_{th}}$$

$$\Rightarrow \ln(e^{-t_1/\tau}) = \ln\left(\frac{T - T_{th}}{T_0 - T_{th}}\right)$$

$$\Rightarrow -t_1/\tau = \ln\left(\frac{T - T_{th}}{T_0 - T_{th}}\right)$$

$$\Rightarrow t_1 = -\tau \ln\left(\frac{T - T_{th}}{T_0 - T_{th}}\right)$$

$$\text{avec } \tau = \frac{mc}{hS}$$

$$\Rightarrow t_1 = - \frac{520 \cdot 10^{-3} \times 2,2 \cdot 10^3}{10 \times 2,8 \cdot 10^{-2}} \ln\left(\frac{40 - 20}{70 - 20}\right)$$

$$\Rightarrow t_1 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ s} \approx 28 \text{ min}$$