Test

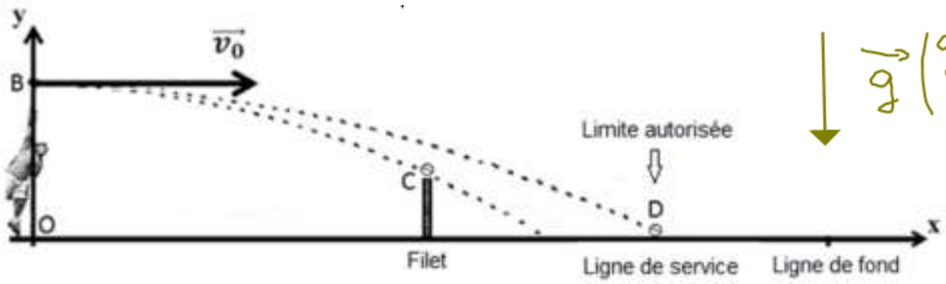
« Deuxième loi de Newton - Mouvement dans un champ »

Le service au tennis ! Un joueur effectue un service « à plat ». Aucun effet sur la balle n'est appliqué. Le serveur frappe dans la balle à une hauteur h = OB = 2,60 m. A t= 0 s, la balle possède une vitesse V_0 dont le vecteur est défini ci-dessous.

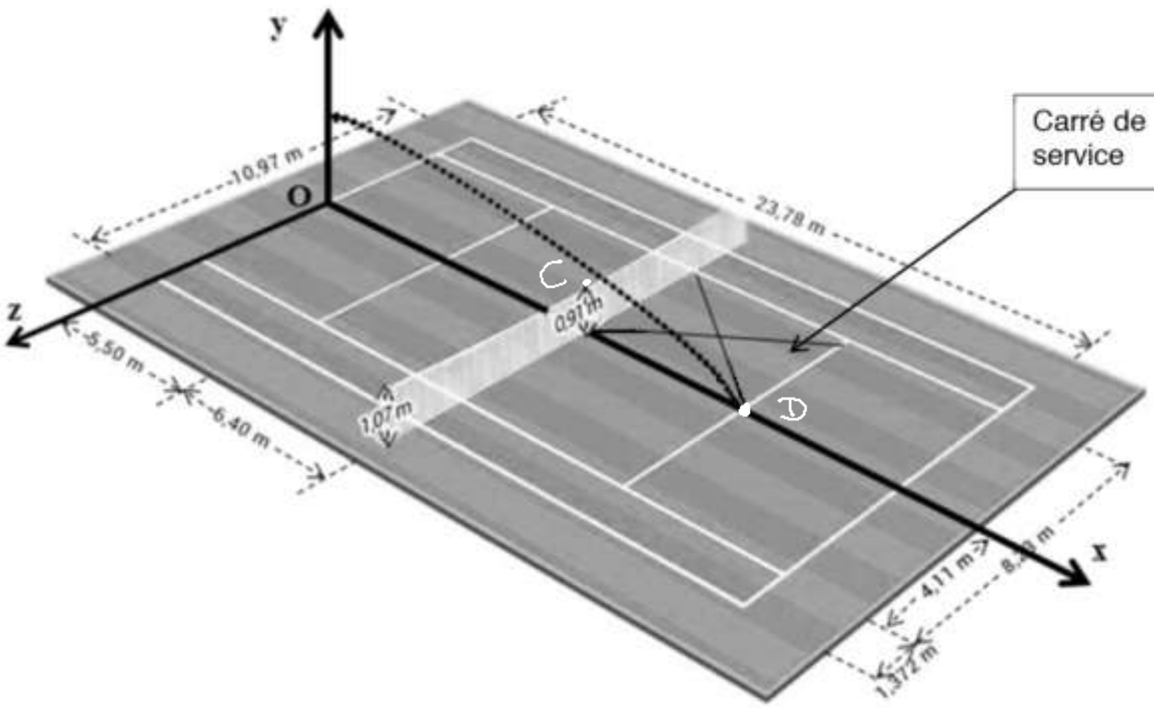
On supposera que l'air n'a aucun effet sur la balle et que la balle est en chute libre.

L'objectif est de déterminer la trajectoire de la balle, après la frappe, et déterminer les conditions pour que le service soit correct.

<u>**Donnée**</u> : Intensité du champ de pesanteur $g = 9{,}81\ \mathrm{m.s^{-2}}$.



$\vec{g}\begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases}$



1- Définir le système étudié : {balle} ✱✱

2- Définir le référentiel : terrestre ✱✱

3- Bilan des forces s'exerçant sur la balle, justifier. La balle est en chute libre donc que le poids $\vec{P}$ ✱✱

4- Quelle est la coordonnée entre x, y et z qui sera toujours nulle ? z

(On ne fera pas apparaitre cette coordonnée par la suite)

Que peut-on en conclure sur le mouvement de la balle ? Mouvement dans le plan (O x y) ✱✱

5- Par application d'une des lois de Newton, à énoncer, déterminer les composantes du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre de masse G de la balle, au cours de son mouvement. ✱✱ ✱✱

Seconde loi de Newton

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ m : masse de la balle

$\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$\Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}$

donc $\vec{a} = \vec{g}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x(t) = g_x(t) = 0 \\ a_y(t) = g_y(t) = -g \end{cases}$

6- Déterminer les conditions initiales

$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$ | $\vec{OB} = \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases}$

✱✱ ✱✱

7- En déduire les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{V}_{(t)}$ au cours du mouvement (équations horaires du vecteur vitesse). Justifier On a $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ donc par intégration

$\vec{V}_{(t)} \begin{cases} V_x(t) = V_{0x} \\ V_y(t) = -gt + V_{0y} \end{cases}$ | $\Rightarrow \vec{V}(t) \begin{cases} V_x(t) = V_0 \\ V_y(t) = -gt \end{cases}$

✱✱ ✱✱

8- En déduire les coordonnées du vecteur position $\vec{OG}_{(t)}$ au cours du mouvement (équations horaires du mouvement). Justifier On a $\vec{V} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ donc par intégration

$\vec{OG}_{(t)} \begin{cases} x(t) = V_0 \times t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + y_0 \end{cases}$ | $\Rightarrow \vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = V_0 \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + h \end{cases}$

✱✱ ✱✱ ✱✱

9- En déduire la trajectoire de la balle : y=f(x)

$x(t) = V_0 \times t \Rightarrow t = \frac{x(t)}{V_0}$

en remplaçant dans l'expression de $y(t)$

on a $y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_0}\right)^2 + h$

donc $\boxed{y = -\frac{g}{2V_0^2} \times x^2 + h}$

✱✱ ✱✱

10- Etude des points particuliers : Ecrire les valeurs des coordonnées des points C et D

D'après le

$C\ (x_C = 5{,}50 + 6{,}40\ ;\ y_C = 0{,}91\ldots)$
$= 11{,}90\ m$

$D\ (x_D = 11{,}90 + 6{,}40\ ;\ y_D = \ldots 0 \ldots)$
$= 18{,}30\ m$

✱✱

11- Calculer la vitesse maximale $V_{0\,max}$ pour que la balle retombe au point D.

Au point D : $y_D = 0$ et les coordonnées du point D vérifient l'équation de la trajectoire

$y_D = -\frac{g}{2V_{0max}^2} x_D^2 + h = 0$

donc $+\frac{g}{2V_{0max}^2} x_D^2 = +h$

$\Rightarrow h \times V_{0max}^2 = \frac{g x_D^2}{2}$

$\Rightarrow V_{0max} = \sqrt{\frac{g \times x_D^2}{2h}} = \sqrt{\frac{9{,}81 \times 18{,}30^2}{2 \times 2{,}60}}$

$= 25{,}1\ m/s$

✱✱ ✱✱

12- Calculer la vitesse minimale $V_{0\,min}$ pour que la balle touche le filet au point C.

Le point C vérifie l'équation de la trajectoire

$y_C = -\frac{g}{2V_{0min}^2} \times x_C^2 + h$

$\Rightarrow \frac{g}{2V_{0min}^2} \times x_C^2 = h - y_C$

$\Rightarrow (h - y_C) \times V_{0min}^2 = \frac{g x_C^2}{2}$

$\Rightarrow V_{0min} = \sqrt{\frac{g\, x_C^2}{2(h - y_C)}}$

$= \sqrt{\frac{9{,}81 \times 11{,}90^2}{2 \times (2{,}60 - 0{,}91)}} = 20{,}3\ m$

✱✱ ✱✱

Total / **20**