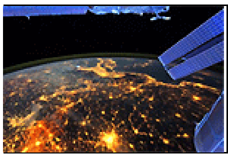


DS préparation cours n°6

« Mouvement dans un champ de gravitation : satellites »

Exercice: **Jupiter**

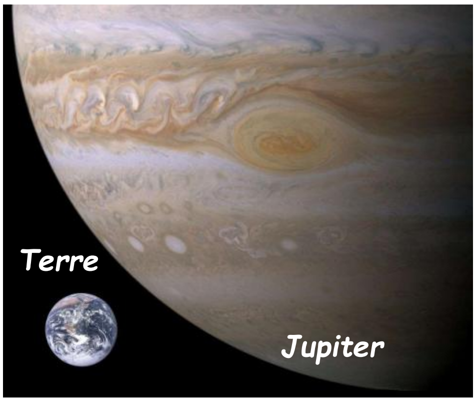
Constante de gravitation universelle $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ *S.I.*

Partie 1 : Son orbite

Jupiter est une planète de type géante gazeuse. Il s'agit de la plus grosse planète du système solaire, plus volumineuse et massive que toutes les autres planètes réunies. C'est aussi la cinquième planète par sa distance au Soleil (après Mercure, Vénus, la Terre et Mars).

Visible à l'œil nu dans le ciel nocturne, Jupiter est habituellement le quatrième objet le plus brillant de la voûte céleste, après le Soleil, la Lune et Vénus. Elle était au périhélie le 17 mars 2011 et sera à l'aphélie le 17 février 2017.
Comme sur les autres planètes gazeuses, des vents violents soufflant jusqu'à 600 *km/h* parcourent les couches supérieures de la planète. La Grande Tache rouge, un anticyclone qui fait deux fois la taille de la Terre, est une zone de surpression qui est observée au moins depuis le XVII^{e} siècle.

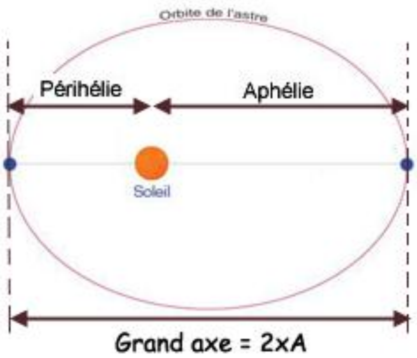
Jupiter rayonne plus d'énergie qu'elle n'en reçoit du Soleil. La quantité de chaleur produite à l'intérieur de la planète est presque égale à celle reçue du Soleil. Ce rayonnement additionnel est produit par la contraction de son noyau, processus qui conduit la planète à rétrécir de 2 *cm* chaque année.



Données sur Jupiter :

- Aphélie : $816{,}6 \cdot 10^{6}$ *km*
- Périhélie : $740{,}5 \cdot 10^{6}$ *km*
- Masse M_J : $1{,}90 \cdot 10^{27}$ *kg*
- Rayon r : $7{,}0 \cdot 10^{4}$ *km*

Informations sur une ellipse



1.1. Déterminer la valeur du **demi-grand axe** A_J de l'orbite elliptique de Jupiter autour du Soleil.

1.2. Déterminer, en mois, la durée T_J d'une révolution de Jupiter autour du Soleil.

1.3. En prenant une moyenne de 30,44 jours par mois, déterminer la durée de cette période T_J dans l'unité du S.I.

1.4. Sachant que la Terre effectue une orbite circulaire autour du Soleil en T_T = 365,25 jours, à une distance constante
$R_T = A_T = 150 \cdot 10^{6}$ *km* de ce dernier, retrouver la valeur du demi-grand axe A_J de l'orbite jovienne.

1.5. En considérant l'orbite de Jupiter comme un cercle de rayon $R_J = 780 \cdot 10^{6}$ *km* parcouru par la planète en $T_J = 3{,}73 \cdot 10^{8}$ *s*, calculer la vitesse à laquelle Jupiter se déplace dans le référentiel héliocentrique.

Partie 2 : Ses lunes galiléennes

Jupiter possède 67 satellites naturels confirmés dont 50 nommés. En 1610, Galilée découvrit les quatre plus gros, appelés aujourd'hui lunes galiléennes, qu'il nomma « planètes médicéennes » en l'honneur de ses protecteurs les princes de la famille Médicis. C'était la première observation de lunes autres que celle de la Terre. Ganymède, avec ses 5 262 *km* de diamètre, est le plus gros satellite du Système solaire. Callisto, de masse notée m_C et de 4 821 *km* de diamètre, est à peu de choses près aussi grand que Mercure. Io et Europe ont une taille similaire à celle de la Lune. Par comparaison, la 5e plus grande lune de Jupiter est Amalthée, un satellite irrégulier dont la plus grande dimension n'atteint que 262 *km*. On considèrera que les orbites de ces quatre lunes galiléennes sont circulaires.

Données sur les lunes galiléennes :

Satellite	Io	Europe	Ganymède	Callisto
Période de révolution	T_{IO}	T_E	T_G	T_C
Rayon orbital (*km*)	R_{IO} = 421 800	R_E = 671 100	R_G = 1 070 400	R_C = 1 882 700

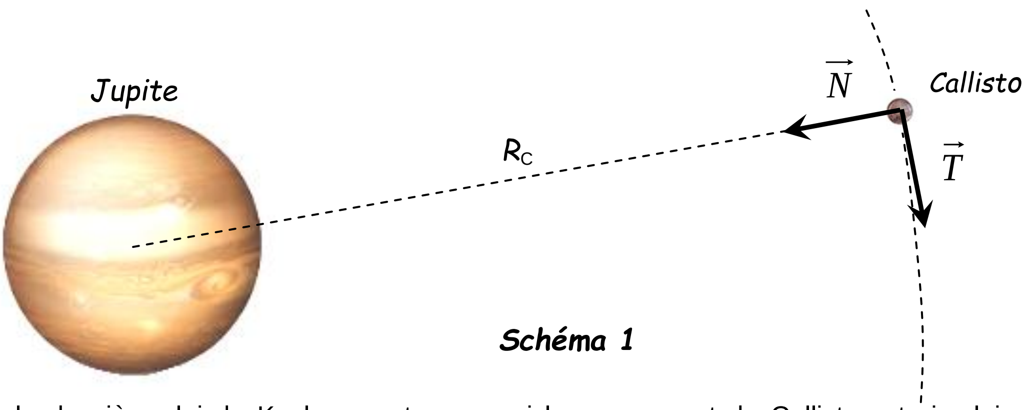


Schéma 1

2.1. A l'aide de la deuxième loi de Kepler, montrer que si le mouvement de Callisto est circulaire, alors il est uniforme.

2.2. Représenter, en vert, sur le schéma 1 le vecteur force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par Jupiter sur Callisto.

2.3. Donner l'expression vectorielle de cette force en fonction de G, M_J, m_C, R_C et du vecteur unitaire $\vec{N}$.

2.4. Déterminer l'expression vectorielle de l'accélération $\vec{a}$ que subit Callisto en fonction de G, M_J et R_C et $\vec{N}$.

2.5.1. Montrer alors que l'expression de la vitesse orbitale de Callisto peut s'écrire : $v_C = \sqrt{\frac{G \cdot M_J}{R_C}}$

2.5.2. Déduire de cette expression la lune galiléenne la plus rapide autour de Jupiter. Justifier sans aucun calcul.

2.6.1. Montrer qu'à partir de l'expression de la question 2.5.1. on peut obtenir l'égalité : $\frac{T_C^2}{R_C^3} = \frac{4\pi^2}{GM_J}$

2.6.2. De quelle loi s'agit-il précisément ?

2.7.1. En déduire la période orbitale T en jours de la sonde spatiale *Juno* dont l'orbite autour de Jupiter possède un demi-grand axe A = 1,37 *Gm*, et ce depuis le 5 juillet 2016, sur une trajectoire elliptique qui frôle l'atmosphère jovienne à son périastre.

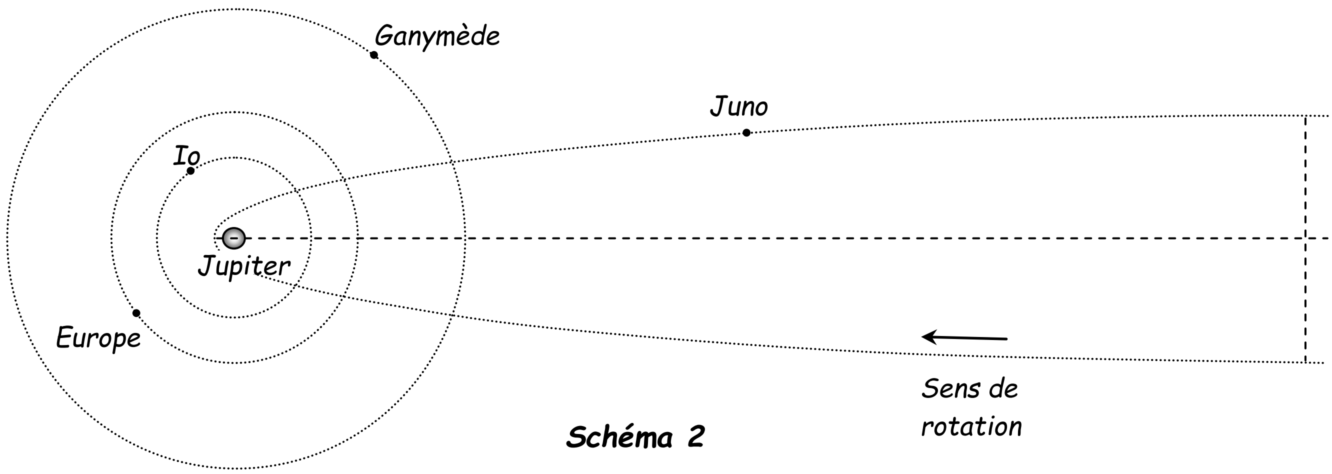


Schéma 2

2.7.2. Représenter en vert sur le schéma 2 la force $\vec{F}$ (sans souci d'échelle) exercée par Jupiter sur la sonde *Juno*.

2.7.3. Dans la position de *Juno* donnée sur la figure 2, sa vitesse est-elle constante ou varie-t-elle ? Si oui, comment ?

Question bonus : 2.8. Le graphique ci-contre représente la fonction $T^2 = f(R^3)$ pour les 4 lunes galiléennes.

En exploitant ce graphe, retrouver la valeur de la masse M_J de Jupiter.